STATISTIQUES
PROBABILITÉS

3

Probabilités

Connaissances du collège nécessaires à ce chapitre

- ▶ Calculer et utiliser des fréquences
- ▶ Calculer et utiliser des pourcentages

Auto-évaluation

Des ressources numériques pour préparer le chapitre sur manuel.sesamath.net

1 Le tableau ci-dessous présente le nombre de pots de peinture vendus en un mois selon la couleur.

Couleur	Jaune	Blanc	Rouge
Effectif	256	7489	458

Couleur	Bleu	Vert	Noir
Effectif	156	785	4123

1) Calculer les fréquences arrondies au centième.
2) Exprimer les fréquences en pourcentage arrondies à l'unité.

2 Dans une boulangerie, Mariette achète :

- 15 pains au chocolat ;
- 10 croissants ;
- 12 tartelettes ;
- 8 pains au raisin ;
- 22 éclairs ;
- 20 brioches.

1) Quelle est la proportion de :
a) tartelettes ? **b)** viennoiserie ?
2) Parmi les desserts, quelle est la proportion d'éclairs ?

3 En 2013, 778 200 candidats se sont présentés à la série générale de l'examen du Diplôme National du Brevet, 84,5 % ont été reçu et neuf candidats sur 10 maîtrisaient le socle commun de compétences.
1) Combien de candidats ont été reçus ?
2) Combien de candidats ont la maîtrise du socle commun de compétences ?

4 Dans la liste des nombres entiers de 0 à 20, citer
1) les nombres impairs ;
2) les nombres divisibles par 3 ;
3) les nombres impairs ou divisibles par 3 ;
4) les nombres impairs non nuls et divisibles par 3.

5 Benoît a réparé 351 machines à laver. Il a changé le joint sur 128 machines et le programmateur sur les autres dont 26 présentaient aussi un défaut de joint qu'il a aussi remplacé.
1) Quel est le pourcentage de machines à laver ayant un joint défectueux ?
2) Quel est le nombre de machine ayant seulement un programmateur défectueux ?

➤➤➤ Voir solutions p. 66

Activités d'approche

ACTIVITÉ 1 Événements

Un sac contient 12 jetons numérotés de 1 à 12. On tire un jeton au hasard.
On considère les événements suivants :

- A : « Le numéro du jeton tiré est pair ».
- B : « Le numéro du jeton tiré est un multiple de 3 ».

1) Quels sont les événements élémentaires qui composent A et B ?
Recopier et compléter : $A = \{\cdots\}$ et $B = \{\cdots\}$.

2) Décrire de même les événements :

- $A \cap B$
- $\overline{A}$
- $\overline{A \cap B}$
- $\overline{A} \cap \overline{B}$
- $A \cup B$
- $\overline{A \cup B}$
- $\overline{A} \cap B$
- $\overline{A} \cup \overline{B}$

3) Certains de ces événements sont-ils identiques ?

4) Décrire les événements suivants par une phrase :

- $A \cap B$
- $\overline{A}$
- $\overline{A \cap B}$
- $A \cup B$
- $\overline{A \cup B}$
- $\overline{A} \cap B$

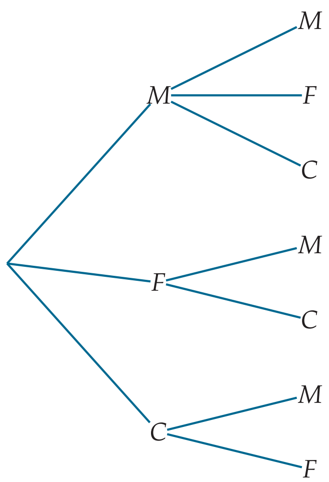
ACTIVITÉ 2 Arbre des possibles

Un paquet contient quatre bonbons :

- deux à la myrtille ;
- un à la framboise ;
- un au citron.

Sandrine prend au hasard 2 bonbons l'un après l'autre.

1) Antoine a dessiné l'arbre des possibles ci-dessous. Quelles remarques peut-on faire ?



2) Dresser un autre arbre des possibles.

3) Combien cette expérience aléatoire a-t-elle d'issues ?

4) Quelle est la probabilité :

a) que Sandrine mange deux bonbons à la myrtille ?

b) que Sandrine mange au moins un bonbon à la myrtille ?

c) que Sandrine ne mange pas de bonbons à la myrtille ?

Activités d'approche

ACTIVITÉ 3 Tableau

Au self d'un lycée, les 1 230 élèves demi-pensionnaires avaient le choix entre du Bœuf et du Colin d'une part, accompagné soit de Frites, soit de Haricots verts, soit de Navets.
Le cuisinier, qui tient ses statistiques à jour, a remarqué que :

- 840 élèves ont mangé des frites dont 70 % avec du bœuf ;
- 108 élèves ont préféré les haricots verts avec du colin, et autant avec du bœuf ;
- au total, 464 parts de colin ont été servies.

1) Proposer un tableau regroupant l'ensemble des informations ci-dessous.

2) On choisit un élève au hasard. Quelle est la probabilité qu'il ait mangé :

a) du navet ? **b)** du colin avec des frites ? **c)** du colin ou des frites ?

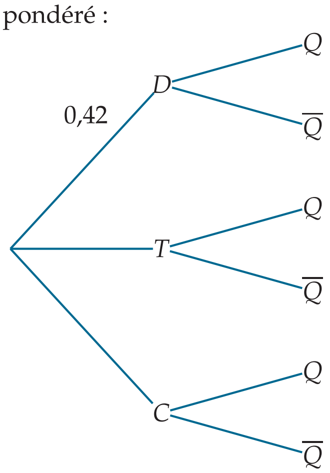
3) a) On choisit un élève qui mange du colin. Quelle est la probabilité qu'il mange des frites ?

b) On choisit un élève qui mange des frites. Quelle est la probabilité qu'il mange du colin ?

ACTIVITÉ 4 Arbres pondérés

Un prince charmant se doit de partir à l'aventure et d'affronter des périls. Dans 42 % des cas, il affronte un Dragon, dans 30 % ce sont des Trolls et dans les autres cas, c'est le Chevalier noir. Dans tous les cas, il réussit sa Quête avec une probabilité de 0,8. Tuer un dragon lui rapporte 1 000 pièces d'or, un troll 500 pièces d'or et un chevalier noir 300.

1) a) Recopier et compléter l'arbre pondéré :



b) Décrire $\overline{Q}$ à l'aide d'une phrase.

2) Un prince part à l'aventure. Quelle est la probabilité

a) qu'il gagne 1 000 pièces d'or ?

b) qu'il gagne des pièces d'or ?

c) qu'il revienne bredouille (pour autant qu'il revienne) ?

3) Recopier et compléter le tableau suivant :

Gains (en pièces d'or)	1 000	500	300	0
Probabilité				

4) Combien un prince gagne-t-il de pièces d'or en moyenne pour une quête ?

Cours - Méthodes

1. Vocabulaire des événements

DÉFINITION : Expérience aléatoire

Une **expérience aléatoire** est une expérience renouvelable dont les résultats possibles sont connus sans qu'on puisse déterminer lequel sera réalisé.

REMARQUE : Le but de ce chapitre est de les mathématiser.

DÉFINITION : Univers

L'**univers d'une expérience aléatoire** est l'ensemble des issues possibles appelé également **éventualités**. On le note Ω.

Exemple

Quels sont les univers des expériences aléatoires suivantes ?

1) E_1 : Lancer un dé à six faces.
2) E_2 : Lancer une pièce de monnaie.
3) E_3 : Jouer au loto (FDJ).
4) E_3 : Naissance (genre).

Correction

1) $E_1 : \Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$
2) $E_2 : \Omega = \{\text{Pile}; \text{ Face}\}$
3) E_3 : Ω contient plusieurs millions d'éléments du type $(2; 5; 19; 35; 42; 23), (4; 8; 9; 21; 34; 12), \ldots$
4) $E_4 : \Omega = \{\text{Fille} ; \text{garçon}\}$

DÉFINITION : Événement

Un **événement** est un sous-ensemble de l'univers.
Il peut toujours se décrire à l'aide d'issues.

DÉFINITION : Union

Soient A et B deux événements.
L'**union** de A et de B est l'ensemble des issues qui réalisent A **ou** B.
On le note $A \cup B$ (se lit « A $\cup$nion B »).

DÉFINITION : Intersection

Soient A et B deux événements.
L'**intersection** de A et B est l'ensemble des issues qui réalisent A **et** B.
On le note $A \cap B$ (se lit « A i$\cap$ter B »).

Exemple

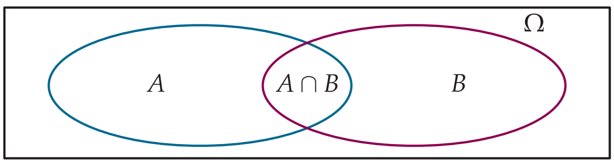
Pour E_1, décrire les événements suivants.

- A : « Faire un nombre pair ».
- B : « Faire un multiple de 3 ».
- $A \cup B$
- $A \cap B$

Correction

- $A = \{2; 4; 6\}$
- $B = \{3; 6\}$
- $A \cup B = \{2; 3; 4; 6\}$
- $A \cap B = \{6\}$

REMARQUE : Le **diagramme de Venn** permet de représenter les différents événements.



2. Choix d'un modèle

A. Par l'observation des fréquences

DÉFINITION : De la fréquence à la probabilité

Lorsqu'on répète n fois, de façon indépendante, une expérience aléatoire, la fréquence d'une issue va avoir tendance à se stabiliser lorsque n augmente.
La probabilité de l'issue est très proche de la valeur stabilisée observée.

Exemple

Dans une urne opaque contenant un certain nombre de billes rouges, bleues ou jaunes. On tire une bille de l'urne, on note sa couleur, et on la remet dans l'urne.
On a réalisé l'expérience un très grand nombre de fois :

Nb de boules tirés	Nb d'expériences réalisées		
	2000	5000	10000
Rouges	653	1658	3332
Bleues	1007	2546	5005
Jaunes	340	796	1663

Estimer les probabilités de tirer une boule rouge, une bleue et une jaune.

Correction

Pour $n = 10\,000$. Par expérience, on a obtenu :

- $f_R = \dfrac{3\,332}{10\,000} = 0,3332$
- $f_B = \dfrac{5\,005}{10\,000} = 0,5005$
- $f_B = \dfrac{1\,663}{10\,000} = 0,1663$

On peut choisir le modèle

	R	B	J
p_i	$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{6}$

Remarque :

1) Lors de la construction du modèle il faut s'assurer que la somme des probabilités fasse 1.
2) Une « modélisation » est une approximation.
Il y a peu de chances que le modèle colle exactement à la réalité.

B. Modèle équiréparti

DÉFINITION : Modèle équiréparti

Dans un **modèle équiréparti**, chaque issue à la même probabilité qui vaut :

$$\frac{1}{\text{Nombre d'issues possibles}}$$

On dit aussi que c'est une **situation d'équiprobabilité**.

3. Calculs de probabilités

DÉFINITION : Loi de probabilité

Une **loi de probabilité** sur un univers associe à chaque issue qui le réalise un nombre compris entre 0 et 1 appelé probabilité. La somme des probabilités des issues est 1.

DÉFINITION : Probabilité d'un événement

La **probabilité d'un événement** est la somme des probabilités des issues qui le réalisent.

NOTATION :

1) Un événement impossible est un événement qui ne se réalise jamais. Sa probabilité vaut 0.
2) Un événement certain est un événement qui est sûr de se réaliser. Sa probabilité vaut 1.

MÉTHODE 1 Calculer des probabilités ► Ex. 32 p. 57 ► Ex. 45 p. 58

1) Si le modèle n'est pas équiréparti, on observe des fréquences.
2) On détermine les issues réalisant l'événement dont on souhaite connaitre la probabilité.
3) On additionne les probabilités des issues qui le réalisent.

Exercice d'application On lance un dé équilibré à 4 faces et on note le numéro de la face du dessus. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ?

Correction Le dé est équilibré, c'est une situation d'équiprobabilité. L'univers est constitué de 4 issues : 1, 2, 3, 4.

La probabilité de chaque issue est donc $\frac{1}{4}$.

L'événement « obtenir un nombre pair » est constitué de deux issues

« 2 » et « 4 » donc sa probabilité est $\frac{1}{4} \times 2$ soit $\frac{1}{2}$.

Exercice d'application On lance un dé truqué qui vérifie $p(1) = 2p(2) = p(3) = 2p(4) = p(5) = 2p(6)$. Quel est la probabilité de l'événement E : « obtenir un multiple de 3 » ?

Correction On a :

$p(1) + p(2) + p(3) + p(4) + p(5) + p(6) = 1$

$p(1) + \frac{1}{2}p(1) + p(1) + \frac{1}{2}p(1) + p(1) + \frac{1}{2}p(1) = 1$

soit $p(1) = \frac{2}{9}$. « Obtenir un multiple de 3 »est un événement composé des deux issues « 3 » et « 6 ».

$p(E) = p(3) + p(6) = \frac{2}{9} + \frac{2}{18} = \frac{6}{9} = \frac{1}{3}$.

REMARQUE :

Dans un modèle équiréparti, il suffit de compter le nombre d'issues réalisant A pour calculer sa probabilité.

DÉFINITION : Événement contraire

Soit A un événement. L'**événement contraire** à A est constitué des issues de Ω ne réalisant pas dans A et se note $\overline{A}$. Sa probabilité vaut : $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$.

PROPRIÉTÉ : Relation entre ∪ et ∩

Si A et B sont deux événements alors $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.

REMARQUE :

1) À priori, $P(A \cup B) \neq P(A) + P(B)$. Elle n'est vraie que si A et B sont disjoints ($A \cap B = \emptyset$).
2) Cette formule peut également s'écrire sous la forme $P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$

Activités mentales

1 On considère un dé pipé.
En utilisant le tableau suivant, calculer $p(6)$.

Face	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,1	0,2	0,1	0,15	0,25	

2 On considère deux événements A et B tels que :
- $p(A) = 0,6$
- $p(B) = 0,5$
- $p(A \cap B) = 0,3$

Calculer $p(A \cup B)$

3 On considère deux événements A et B tels que :
- $p(A) = 0,7$;
- $p(A \cup B) = 0,9$
- $p(B) = 0,5$

Calculer $p(A \cap B)$.

4 On considère deux événements A et B tels que :
- $p(A) = 0,5$
- $p(A \cap B) = 0,4$
- $p(B) = 0,8$

Calculer $p\left(\overline{A \cup B}\right)$

5 On choisit au hasard un des 7 nains. Quelle est la probabilité que ce soit Joyeux ou Atchoum ?

6 On tire au hasard une pièce d'un échiquier.
Soit C l'événement : « la pièce est une tour ou elle est blanche ».
Exprimer $\overline{C}$ par une phrase.

7 Une famille a deux enfants. Quelle est la probabilité qu'ils soient de sexes différents ?

8 A et B sont deux événements incompatibles.
1) Calculer $p(A \cap B)$ si :
   - $p(A) = 0,3$
   - $p(B) = 0,5$
2) Calculer $p(A \cup B)$ si :
   - $p(A) = 0,2$
   - $p(B) = 0,4$

9 Une mère a deux garçons et attend un 3^e enfant. Quelle est la probabilité pour que ce soit une fille ?

10 On choisit un élève au hasard dans une classe. Quel est l'événement contraire de l'événement :
1) « c'est une fille qui a appris sa leçon » ?
2) « c'est une fille ou un élève qui appris sa leçon » ?

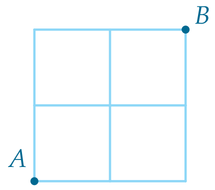
11 Un élève répond au hasard à un Q.C.M. comportant 5 questions. Quel est l'événement contraire de : « il a répondu juste à au moins 2 questions » ?

Expérience aléatoire

12 On lance cinq fois une pièce de monnaie. La sortie de Pile rapporte 1 point. La sortie de Face ne rapporte rien. On s'intéresse à la somme des points obtenus à l'issue des cinq lancers.
1) Décrire l'univers associé à l'expérience aléatoire.
2) Préciser le nombre d'éventualités qui le composent.

13 Même consigne que l'exercice **12**.
On lance deux dés cubiques dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on soustrait le plus petit résultat obtenu du plus grand. Le résultat est nul si le lancer produit un double.

14 Même consigne que l'exercice **12**.
Pour se rendre du point A au point B, on choisit au hasard un trajet parmi tous les trajets possibles en se déplaçant d'un "pas" à droite ou un "pas" vers le haut.



15 À partir du lancer simultané de deux dés tétraédriques, imaginer cinq expériences aléatoires conduisant à cinq univers différents.

16 On lance deux dés à trois faces équilibrés et on s'intéresse à la somme des nombres obtenus. On définit les événements suivants :
- E : « le résultat est pair »
- F : « le résultat est au moins égal à 5 »
- G : « le résultat est au moins égal à 6 »

Préciser les événements élémentaires qui composent chacun des événements ci dessus.

17 Une personne pressée répond au hasard à un sondage. Deux questions sont posées et à chacune, on donne le choix entre :
- favorable
- sans opinion
- opposé

De combien de façons la personne peut répondre ?

S'entraîner

Vocabulaire des événements

18 On tire une carte d'un jeu de 32 cartes.
On appelle :

- C l'événement « la carte tirée est un cœur »
- F l'événement « la carte tirée est une figure »

1) Décrire par une phrase l'événement $C \cap F$.
Combien compte-t-il d'issues ?
2) Décrire par une phrase l'événement $C \cup F$.
Combien compte-t-il d'issues ?
3) Décrire par une phrase l'événement $\overline{C} \cap F$.
Combien compte-t-il d'issues ?
4) Décrire par une phrase l'événement $\overline{C \cup F}$.
Combien compte-t-il d'issues ?

19 Deux épidémies sévissent en même temps dans un lycée, la gastro-entérite et un rhume. On choisit un élève au hasard et on nomme :

- G l'événement « l'élève a la gastro-entérite »
- R l'événement « l'élève a un rhume »

Décrire à l'aide de ces deux événements :

1) « l'élève a la gastro-entérite et le rhume »
2) « l'élève a le rhume mais pas la gastro-entérite »
3) « l'élève a au moins une des deux maladies »
4) « l'élève n'a aucune des deux maladies »

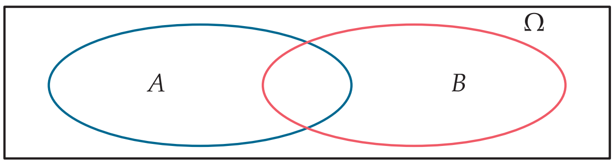
20 On regarde à un instant au hasard l'heure affichée par une horloge à affichage numérique, et on note le chiffre des dizaines du nombres des minutes.

1) Décrire l'univers associé à l'expérience aléatoire.
2) Préciser le nombre d'éventualités qui le composent.

21 Dans une classe de 13 filles et 16 garçons, on désigne au hasard une fille et un garçon pour être délégués provisoires.
Combien y a-t-il de couples possibles ?

22 Construire un diagramme de Venn (sur le modèle ci-dessous) pour chacun des événements suivants.

- $A \cap \overline{B}$
- $\overline{A \cap B}$
- $\overline{A} \cap \overline{B}$
- $A \cup \overline{B}$
- $\overline{A \cup B}$
- $\overline{A} \cup \overline{B}$



Calcul de probabilités

23 Soit A et B deux événements tels que :

- $p(A) = 0,7$
- $p(A \cap B) = 0,3$
- $p(B) = 0,5$

En s'aidant d'un diagramme de Venn, calculer :

1) $p\left(\overline{A}\right)$ **2)** $p(A \cup B)$ **3)** $p\left(\overline{A} \cap B\right)$

24 Soit S et T deux événements tels que :

- $p(S) = 0,5$
- $p(S \cup T) = 0,9$
- $p(T) = 0,6$

Calculer les probabilités suivantes :

1) $p(S \cap T)$ **2)** $p\left(\overline{S \cup T}\right)$ **3)** $p\left(\overline{S \cap T}\right)$.

25 Robin des Bois atteint la cible avec une probabilité de 0,7. Quelle est la probabilité qu'il rate sa cible ?

26 A et B sont deux événements incompatibles.

- $p(A) = 0,4$
- $p(B) = 0,22$

Déterminer la probabilité des événements suivants :

1) $\overline{A}$ **2)** $\overline{B}$ **3)** $A \cup B$

27 A et B sont deux événements tels que :

- $p(A) = 0,8$
- $p(B) = 0,53$

1) A et B sont-ils incompatibles ?
2) Sachant que $p(A \cup B) = 0,95$, calculer :
a) $p(A \cap B)$ **b)** $p\left(A \cap \overline{B}\right)$

28 On considère 2 événements V et F tels que :

- $p(V) = 0,4$
- $p(V \cup F) = 0,8$
- $p(F) = 0,3$

Aïssatou prétend que ce n'est pas possible.
Confirmer ou infirmer sa déclaration.

29 On considère 2 événements V et F tels que :

- $p(V) = 0,6$
- $p(V \cap F) = 0,5$
- $p(F) = 0,4$

Arinucea prétend que ce n'est pas possible.
Confirmer ou infirmer sa déclaration.

30 On considère 2 événements V et F tels que :

- $p(V) = 0,6$
- $p(V \cap F) = 0,4$
- $p(F) = 0,4$

Ataroa prétend que ce n'est pas possible.
Confirmer ou infirmer sa déclaration.

31 On considère deux événements V et F tels que $p(V) = 0,6$ et $p(V \cup F) = 0,7$. Ahuarii prétend que ce n'est pas possible. Confirmer ou infirmer sa déclaration.

Équiprobabilité

32 ► MÉTHODE 1 p. 54

On lance 3 fois une pièce bien équilibrée.

1) Représenter la situation par un arbre.
2) Quelle est la probabilité :
   a) d’avoir 3 faces ?
   b) que le 2e jet soit face ?
   c) que le 3e jet soit différent du 1er ?

33 Deux dés tétraédriques ont des faces numérotées de 1 à 4. On les lance et on regarde la somme obtenue.

1) Quels sont les résultats possibles ?
2) Est-ce une situation d’équiprobabilité ?
3) Déterminer la probabilité de chaque résultat.

34 On lance un dé bien équilibré à six faces dont trois sont bleues, deux sont blanches et une est rouge.

1) Les trois couleurs sont-elles équiprobables ?
2) Déterminer la probabilité d’apparition de chaque couleur.

35 **Dé à 4 faces**

On lance deux dés à quatre faces et on regarde la somme obtenue.

1) Donner l’ensemble des résultats possibles.
2) Donner une loi de probabilités de cette expérience aléatoire (justifier).
3) Quelle est la probabilité d’obtenir un nombre pair ?
4) Quelle est la probabilité d’obtenir un nombre multiple de trois ?

36 **Menus**

Au restaurant scolaire, les élèves ont le choix

- entre 2 entrées : Artichaut ou Betterave ;
- entre 3 plats : Cheval, Daube ou Escalope ;
- entre 2 desserts : Fromage ou Gâteau.

Un menu se compose :

- d’une entrée ; • d’un plat ; • d’un dessert.

1) En utilisant un arbre, représenter tous les menus.
2) Combien de menus différents sont possibles ?
3) On choisit un menu au hasard.
   Quelle est la probabilité :
   a) qu’il comporte une escalope ?
   b) qu’il comporte de l’artichaut et du fromage ?
   c) qu’il ne comporte pas de cheval ?

37 Un groupe de 4 amis, Émile, Flore, Gaston et Hélène sont dans un bateau. Ils tirent au sort celui qui va ramer et, parmi les noms restants, celui qui va écoper.

1) Représenter cette situation par un arbre.
2) Déterminer les probabilités suivantes.
   a) C’est un garçon qui rame.
   b) Hélène écope.
   c) Les deux qui travaillent sont de même sexe.

38 **Tirage successif avec remise**

On tire au hasard une carte d’un jeu de 32 cartes, on la note, puis on la remet dans le jeu avant d’en tirer une seconde.

1) Est-ce une situation d’équiprobabilité ?
2) Combien y a-t-il d’issues ?
3) Calculer la probabilité de :
   a) tirer 2 cœurs ;
   b) ne pas tirer de cœur ;
   c) tirer exactement 1 cœur ;
   d) tirer deux fois la même carte ;
   e) tirer deux cartes différentes ;
   f) tirer le roi de cœur.

39 **Tirage successif sans remise**

On tire au hasard deux cartes d’un jeu de 32 cartes, l’une après l’autre.

1) Est-ce une situation d’équiprobabilité ?
2) Combien y a-t-il d’issues ?
3) Calculer la probabilité de tirer
   a) deux cœurs ;
   b) exactement 1 cœur ;
   c) deux fois la même carte ;
   d) deux cartes différentes ;
   e) le roi de cœur.
4) Calculer la probabilité de ne pas tirer de cœur.

40 Trois CD notés a, b et c ont respectivement des boîtes nommées A, B et C. On range les 3 CD au hasard dans les boîtes sans voir leur étiquette.

1) Combien de rangements sont possibles ?
2) Quelle est la probabilité
   a) que les 3 CD soient bien rangés ?
   b) qu’exactement 1 CD soit bien rangé ?
   c) qu’exactement 2 CD soient bien rangés ?
3) En déduire la probabilité qu’aucun CD ne soit bien rangé.

Sans équiprobabilité

41 Un univers associé à une expérience aléatoire est constitué de trois issues. La loi de probabilité vérifie $p(A) = t^2$, $p(B) = t$ et $p(C) = \frac{1}{4}$. Déterminer t.

42 **Loi de probabilité**

Pour chacun des cas suivants, déterminer la valeur de t qui permet de définir une loi de probabilités.

1)

Issues	P	F
Probabilités	0,3	t

2)

Issues	Vert	Orange	Rouge
Probabilités	0,5	t	0,3

3)

Issues	1	2	3	4
Probabilités	0,25	t	0,2	0,4

4)

issues	1	2	3	4	5	6
probabilités	t	$2t$	$3t$	$4t$	$5t$	$6t$

43 **Au tennis**

Un joueur de tennis de niveau international a une probabilité 0,58 de réussir son premier service et une probabilité de 0,06 de faire une double faute.

Quelle est la probabilité qu'il réussisse seulement son deuxième service ?

44 Une entreprise fabrique des ordinateurs portables. Ils peuvent présenter deux défauts :

- un défaut de clavier ;
- un défaut d'écran.

Sur un grand nombre d'ordinateurs, une étude statistique montre que :

- 2 % présentent un défaut d'écran ;
- 2,4 % présentent un défaut de clavier ;
- 1,5 % présentent les deux défauts.

1) On choisit au hasard un ordinateur et on considère les événements suivants.
- E : « L'ordinateur présente un défaut d'écran » ;
- C : « L'ordinateur présente un défaut de clavier ».

Détermine $p(E)$, $p(C)$ et $p(E \cap C)$.

2) On considère les événements suivants.
- « L'ordinateur présente au moins un défaut » ;
- « L'ordinateur ne présente que le défaut de d'écran ».

a) Traduire ces 2 événements à l'aide de E et C.

b) Calcule leur probabilité.

45 ► MÉTHODE 1 p. 54

On lance un dé pipé.

Le tableau suivant regroupe les probabilités.

F	1	2	3	4	5	6
$p(F)$	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	?

1) Calculer $p(6)$.

2) Calculer la probabilités des événements suivants.

a) « La face obtenue est paire » ;

b) « la face obtenue est supérieur ou égale à 5 ».

46 **S'arrêter**

Voici le cycle d'allumage d'un feu tricolore :

- 45 s pour le feu vert ;
- 5 s pour le feu orange ;
- 20 s pour le feu rouge.

En admettant qu'un automobiliste arrive par hasard devant un feu tricolore fonctionnel, déterminer la loi de probabilité associée à cette expérience.

47 **Prendre rendez-vous !**

Le standard d'un cabinet médical dispose de deux lignes de téléphone. On considère les événements :

- O_1 : « La 1^er ligne est occupée ».
- O_2 : « La 2^e ligne est occupée ».

Une étude statistique montre que :

- $p(O_1) = 0,4$
- $p(O_2) = 0,3$
- $p(O_1 \cap O_2) = 0,2$

Calculer la probabilité des événements suivants.

1) « La ligne 1 est libre ».

2) « Au moins une des lignes est occupée ».

3) « Au moins une des lignes est libre ».

48 Un magazine de jeux vidéos souhaite étudier les ventes des deux consoles de next-gen :

- celle de Megahard : la Z-boite 2 ;
- celle de Silency : la Gare de jeux.

Pour cela elle étudie les ventes sur une journée dans un magasin de centre-ville. Elle constate que sur les 127 ventes de consoles next-gen de la journée, 53 personnes ont acheté la Z-boite 2. Pedro entre dans le magasin pour acheter une des deux consoles.

1) Quelle est la probabilité qu'il achète la Gare de jeux ?

2) Bill pense que Pedro à 50 % de chances d'acheter chacune des deux consoles. Bill a-t-il raison ? Pourquoi ?

49 Écrire son prénom

THEO connaît les quatre lettres de son prénom sans se rappeler de leur ordre.

1) Il écrit les quatre lettres au hasard.
   a) Combien a-t-il de possibilités d'écriture ?
   b) Quelle probabilité a-t-il de l'écrire correctement ?
   c) Quelle est la probabilité que le mot écrit commence par T ?
2) S'il sait que son prénom commence par T, quelle est la probabilité qu'il l'écrive correctement ?
3) Reprendre les mêmes questions avec BOB.

50 Résultats au baccalauréat

On considère un établissement scolaire de 2 000 élèves, regroupant des collégiens et des lycéens.

- 19 % de l'effectif total est en classe Terminale ;
- parmi ces élèves de Terminale, 55 % sont des filles ;
- le taux de réussite au baccalauréat dans cet établissement est de 85 % ;
- parmi les candidats ayant échoué, la proportion des filles a été de $\frac{8}{19}$.

1) Recopier et compléter le tableau des effectifs regroupant les résultats au baccalauréat :

Éleves	Garçons	Filles	TOTAL
Réussite			
Échec		24	
TOTAL			380

Après la publication des résultats, on choisit au hasard un élève parmi l'ensemble des élèves de Terminale. On considère les événements suivants :

- G : « l'élève est un garçon » ;
- R : « l'élève a eu son baccalauréat ».

Dans la suite, on donnera les résultats sous forme décimale, arrondis à 10^{-2} près.

2) Définir les événements suivants par une phrase :
   a) $\overline{R}$ b) $\overline{G} \cap R$
3) Calculer les probabilités des événements suivants :
   a) $\overline{R}$ b) $\overline{G} \cup R$
4) On choisit un élève au hasard parmi les bacheliers. Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

51 Jetons dans une urne

Une urne contient 4 jetons :

- deux jaunes ; • un rose ; • un violet.

On tire au hasard un jeton de l'urne puis un second sans remettre le premier.
On suppose que tous les tirages sont équiprobables.

1) Représenter cette situation par un arbre.
2) Combien y-a-t-il de tirages possibles ?
3) On considère les événements :
   - R : « Le 1^{er} jeton tiré est rose » ;
   - J : « Le 2^e jeton tiré est jaune ».
   a) Déterminer $p(R)$ et $p(J)$.
   b) Traduire par une phrase $R \cap J$.
   Calculer $p(R \cap J)$.
   c) Calculer $p(R \cup J)$.
4) On considère l'événement :
   - N :« Aucun jeton tiré n'est jaune ».
   a) Calculer $p(N)$.
   b) Exprimer $\overline{N}$ par une phrase.
   c) Calculer $p\left(\overline{N}\right)$.

52

Une pièce de monnaie à deux faces, PILE et FACE, est bien équilibrée. C'est à dire qu'à chaque lancer, chaque face a la même probabilité d'apparition.

Préciser la loi de probabilité dans chacun des cas suivants.

1) On effectue un seul lancer de la pièce et on note le résultat obtenu.
2) On effectue deux lancers de la pièce et on note, dans l'ordre d'apparition, les deux faces obtenues.
3) On effectue deux lancers de la pièce et on note le résultat sans tenir compte de l'ordre d'apparition des deux faces obtenues.

53 Choix d'un doigt

On choisit au hasard un doigt d'une des deux mains. On considère les événements suivants.

- I : « le doigt est un index » ;
- G : « le doigt est sur la main gauche ».

Calculer les probabilités des événements suivants.

1) I
2) G
3) $\overline{I}$
4) $I \cup G$
5) $I \cap G$
6) $\overline{I \cup G}$
7) $\overline{I \cap G}$
8) $\overline{I} \cap \overline{G}$
9) $\overline{I} \cup \overline{G}$

Approfondir

54 Le mercredi à la piscine municipale, on a relevé 42 % des entrées au « tarif moins de 12 ans », 37 % au « tarif étudiant »et les autres « plein tarif ». On rencontre au hasard une personne sortant de la piscine.

1) Quelle est la probabilité qu'elle ait moins de 12 ans ?
2) Quelle est la probabilité que la personne ait payé « plein tarif » ?

55 Sondage

Afin de mieux connaître sa clientèle, une station de sports d'hiver a effectué une enquête auprès de 250 skieurs.

Voici la synthèse des réponses au sondage :

- deux tiers des personnes qui viennent tous les week-ends possèdent leur matériel ;
- la moitié des personnes venant deux semaines par an possèdent également leur matériel ;
- 44 % des personnes interrogées louent sur place.

On considère les événements suivants.

- M : « la personne possède son matériel » ;
- L : « la personne loue ses skis sur place » ;
- A : « la personne loue ses skis ailleurs » ;
- S : « la personne vient une semaine par an » ;
- W : « la personne vient tous les week-ends » ;
- Q : « la personne vient deux semaines par an ».

1) Reproduire et compléter le tableau ci-dessous présentant la synthèse des réponses.

	M	L	A	Total
S	25			
W			5	30
Q		30		100
Total				250

2) On choisit au hasard un client parmi les 250 personnes interrogées, toutes ayant la même chance d'être choisies.
   a) Calculer les probabilités $p(Q)$ et $p(L)$.
   b) Décrire par une phrase l'événement $Q \cap L$.
   Calculer $p(Q \cap L)$.
   c) Calculer $p(Q \cup L)$.
3) On choisit au hasard un client qui possède son propre matériel.
   Quelle est la probabilité qu'il vienne toutes les semaines ?

56 Un car scolaire se dirige vers Saint Jacques de Compostelle en passant par Conques avec à son bord 75 élèves dont 40 garçons. Miguel, le chauffeur, fait un sondage auprès des élèves pour savoir qui aime les chants grégoriens. Il découvre alors que 32 élèves ne les aiment pas, dont la moitié sont des filles, et que 20 % des garçons les aiment, et que 18 filles n'en ont jamais entendu parler.

1) Recopie et complète le tableau ci-dessous.

	Aime	N'aime pas	Ne connait pas	Total
Garçons				
Filles				
Total				

2) On tire au hasard la fiche d'un élève.
   Quelle est la probabilité que :
   a) ce soit un garçon ;
   b) ce soit un garçon qui aime les chants grégoriens ;
   c) ce soit un garçon ou un élève qui aime les chants grégoriens ;
3) On tire au hasard la fiche d'un garçon.
   Quelle est la probabilité qu'il aime les chants grégoriens ?

57 Dans un lycée de 1 470 élèves, 350 élèves ont été vaccinés contre la grippe au début de l'hiver.
10 % des élèves ont contracté la maladie pendant l'épidémie annuelle dont 4 % des élèves vaccinés.

1) Dresser un tableau à double entrée et le compléter.
2) On choisit au hasard l'un des élèves de ce lycée, tous les élèves ayant la même probabilité d'être choisis.
   a) Calculer la probabilité des événements :
      - V : « il a été vacciné » ;
      - G : « il a eu la grippe ».
   b) Calculer la probabilité de l'événement $V \cap G$.
   c) Calculer la probabilité de l'événement $V \cup G$.
   d) Décrire par une phrase l'événement $\overline{V}$
3) On choisit au hasard un élève parmi ceux qui ont été vaccinés, quelle est la probabilité qu'il ait eu la grippe ?
4) On choisit au hasard un élève parmi ceux qui n'ont pas été vaccinés, quelle est la probabilité qu'il ait eu la grippe ?
5) Expliquer pourquoi le vaccin est efficace.

Je teste mes connaissances

À la fin de ce chapitre, je dois être capable de :

Connaître et utiliser le vocabulaire
- expérience aléatoire, univers
- événement, issues

Comprendre et interpréter
- une intersection d'événements
- une union d'événements
- un événement contraire

Reconnaître et utiliser
- une situation d'équiprobabilité
- une observation de fréquences

Calculer des probabilités
- à l'aide d'une distribution de fréquences
- à l'aide un arbre des possibles
- à l'aide d'un tableau

QCM d'auto-évaluation

Des ressources numériques pour préparer le chapitre sur manuel.sesamath.net

Pour chaque question, plusieurs réponses sont proposées. Déterminer celles qui sont correctes.

58 On tire 2 cartes dans un jeu de 32 cartes, l'une après l'autre et sans remettre la 1re. Le nombre d'issues est :

(a) 63 (b) 64 (c) 992 (d) 1 024

59 On observe la trotteuse d'une horloge à aiguilles qui affiche les chiffres de 1 à 12.
La probabilité qu'elle soit à un instant donné sur un chiffre est de :

(a) $\frac{1}{5}$ (b) $\frac{1}{12}$ (c) $\frac{1}{60}$ (d) $\frac{12}{60}$

Un concessionnaire propose deux options sur les voitures qu'il vend :
la peinture métallisée (M) et l'autoradio bluetooth (B). On choisit une voiture au hasard.

60 L'événement $M \cup B$ peut s'énoncer :

(a) la voiture a les deux options
(b) la voiture a au moins une option
(c) la voiture a soit l'option M, soit l'option B
(d) la voiture a l'option M ou l'option B
(e) la voiture a l'option M et l'option B

61 L'événement $M \cap B$ peut s'énoncer :

(a) la voiture a les deux options
(b) la voiture a au moins une option
(c) la voiture a soit l'option M, soit l'option B
(d) la voiture a l'option M ou l'option B
(e) la voiture a l'option M et l'option B

62 L'événement $\overline{M \cup B}$ peut s'énoncer :

(a) la voiture n'a pas d'option
(b) la voiture n'a pas l'option M ou n'a pas l'option B
(c) la voiture n'a ni l'option M, ni l'option B
(d) soit la voiture n'a pas l'option M, soit elle n'a pas l'option B

63 A et B sont deux événements tels que : $p(A) = 0,3$; $p(B) = 0,5$; $p(A \cup B) = 0,7$.

ⓐ $p(A \cap B) = 0,1$ ⓑ $p(A \cap B) = 0,15$ ⓒ $p(A \cap B) = 0,2$ ⓓ $p(A \cap B) = 0,8$

Un élève répond au hasard aux 5 questions d'un Q.C.M.
Chaque question du test propose trois réponses dont une seule est juste.

64 On appelle A l'événement : « l'élève a répondu juste à au moins 2 questions ».
L'événement $\overline{A}$ est :« l'élève a répondu ...

ⓐ ... faux à au moins deux questions »
ⓑ ... juste à au plus deux questions »
ⓒ ... juste à moins de deux questions »
ⓓ ... juste à au plus une question »

65 On appelle B l'événement : « l'élève a 5 réponses justes ».

ⓐ $p(B) = \frac{1}{5}$ ⓑ $p(B) = \frac{5}{3}$ ⓒ $p(B) = \frac{1}{15}$ ⓓ $p(B) = \frac{1}{243}$

On donne la répartition des élèves de 1re du lycée Sophie Germain :

	ES	L	S	Total
Garçons	18	8	63	89
Filles	43	18	39	100
Total	61	26	102	189

66 On choisit un élève au hasard. Quelle est la probabilité que ce soit un garçon ou un élève de ES ?

ⓐ $\frac{61+89}{189}$ ⓑ $\frac{61+89-18}{189}$ ⓒ $\frac{43+18+8+63}{189}$ ⓓ $\frac{18}{61+89}$

67 On choisit un garçon au hasard. Quelle est la probabilité qu'il soit en ES ?

ⓐ $\frac{18}{189}$ ⓑ $\frac{18}{61}$ ⓒ $\frac{18}{89}$ ⓓ $\frac{61}{89}$

68 On lance trois dés cubiques simultanément. Quelles combinaisons ont la plus forte probabilité de sortie ?

ⓐ un 1, un 2 et un 3. ⓑ deux 1 et un 2 ⓒ un 2, un 3 et un 5 ⓓ trois 4

69 On lance deux dés simultanément. Quelle est la probabilité d'avoir deux faces identiques ?

ⓐ $\frac{1}{6}$ ⓑ $\frac{1}{36}$ ⓒ $\frac{2}{36}$ ⓓ $\frac{6}{36}$

TP 1 Le lièvre et la tortue

INFO ALGO

1 Première course

Une partie du jeu du lièvre et de la tortue se déroule de la façon suivante :

La distance à parcourir est de 6 cases.
- On lance un dé.
- Si on obtient 6, le lièvre avance de 6 cases.
- Sinon, la tortue avance d'une case.

1) À priori, qui a le plus de chances de gagner ?
2) Faire une simulation à l'aide d'un tableur ou d'un algorithme.
   Donner une valeur approchée de la probabilité que le lièvre gagne.
3) À l'aide d'un arbre, calculer la probabilité que la tortue gagne.
   En déduire la probabilité que le lièvre gagne.

2 Deuxième course

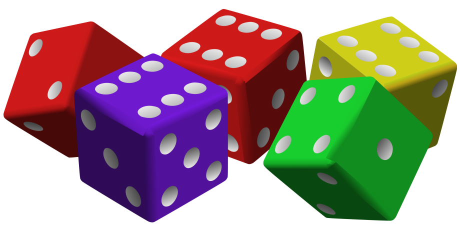
Les règles changent !

- La distance a parcourir est maintenant de 4 cases.
- Le lièvre a mangé une super carotte :
  il avance de 4 cases quand on obtient 5 ou 6 au lancer de dé.

1) Adapter la simulation à cette situation.
   Donner une approximation de la nouvelle loi de probabilité.
2) À l'aide de l'arbre, retrouver la distribution de probabilité.

TP 2 Full

Le jeu de yams se joue avec 5 dés. On essaye de faire des combinaisons diverses et on a le droit de relancer deux fois tout ou une partie des dés.
Corinne a obtenu au 1er lancer trois 4, un 2 et un 5. Elle voudrait faire un full (3 dés d'une valeur et 2 dés d'une autre). Elle hésite entre garder les trois 4 et le 5 et relancer le dé indiquant 2 ou garder les trois 4 et relancer les deux autres dés. Aide-la à résoudre ce dilemme.



Travaux pratiques

TP 3 Algorithme de Monte-Carlo

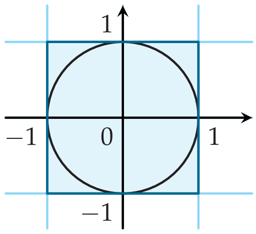
INFO

1) Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, on considère un disque de centre O et de rayon 1 et un carré de centre O et de côté 2 comme sur le graphique ci-dessous.

a) Déterminer l'aire du disque et l'aire du carré.

b) Quelles conditions doivent vérifier les coordonnées d'un point M pour qu'il soit à l'intérieur du carré ?

c) Quelles conditions doivent vérifier les coordonnées de M pour que $OM \leqslant 1$?
Dans ce cas, que peut-on en déduire pour M ?



2) L'algorithme de Monte-Carlo calcule une valeur approchée de π en créant un grand nombre de points aléatoires dans le carré, et en observant combien se trouvent dans le disque. Le rapport du nombre de points dans le disque sur le nombre total de points devrait être proche du rapport de l'aire du disque sur l'aire du carré et nous permettra de calculer π.

a) Complète l'algorithme ci-dessous.

```
Algorithme : algorithme mystère
Liste des variables utilisées
  x,y,pi : nombre réel
  k, n, compteur : nombre entier
Traitements
  Demander n
  Donner à compteur la valeur de 0
  Pour k variant de 1 à n faire
    Donner à x la valeur de un nombre aléatoire entre ...et ...
    Donner à y la valeur de un nombre aléatoire entre ...et ...
    Si ... Alors
      Donner à compteur la valeur de compteur+1
    Fin Si
  Fin Pour
  Donner à pi la valeur de compteur/n
  Donner à pi la valeur de pi × ...
Affichage
  Afficher « π vaut environ : »
  Afficher la valeur pi
Fin de l'algorithme
```

b) Implémenter cet algorithme sur un ordinateur ou sur une calculatrice.
Le tester avec différentes valeurs de n.

c) Trouve-t-on toujours la même valeur approchée pour π ?

3) Paul affirme qu'on peut connaître la précision de notre valeur approchée de π. A-t-il raison ?

TP 4 Problème de Monty Hall

INFO

Sur le plateau d'un jeu télévisé, il y a trois portes dont une cache une voiture et les deux autres une chèvre. Il s'agit de choisir une des portes pour gagner ce qu'il y a derrière.
Le jeu se déroule en 3 étapes :

- le joueur choisit une porte mais ne l'ouvre pas ;
- l'animateur, qui sait où se trouve la voiture, ouvre une autre porte que celle choisie et qui cache une chèvre ;
- l'animateur propose au joueur de changer son choix initial.

Le joueur a-t-il intérêt à modifier son choix ?

1) L'algorithme ci-dessous permet de faire une simulation de ce problème.
Compléter-le puis effectuer la simulation.

```
Algorithme : Problème de Monty Hall
Liste des variables utilisées
  NbEssais : nombre entier
  Change : nombre réel
  NeChangePas : nombre réel
  PorteGagnante : nombre entier
  PorteChoisie : nombre entier
  k : nombre entier
Traitements
  Demander NbEssais
  Donner à Change la valeur de 0
  Donner à NeChangePas la valeur de 0
  Pour k variant de 1 à NbEssais faire
    Donner à PorteGagnante la valeur de un nombre aléatoire entre 1 et 3
    Donner à PorteChoisie la valeur de un nombre aléatoire entre 1 et 3
    Si PorteChoisie =PorteGagnante Alors
      Donner à ... la valeur de ...+1
    Sinon
      Donner à ... la valeur de ...+1
    Fin Si
  Fin Pour
  Donner à Change la valeur de Change/NbEssais
  Donner à NeChangePas la valeur de NeChangePas/NbEssais
Affichage
  Afficher « La probabilité de gagner en changeant est de »
  Afficher la valeur Change
  Afficher « La probabilité de gagner en ne changeant pas est de »
  Afficher la valeur NeChangePas
Fin de l'algorithme
```

2) Que peut-on en conclure ?

3) Que se passe-t-il si on joue maintenant avec quatre portes dont une seule gagnante ?

SOLUTIONS

Chapitre SP3
Probabilités

Auto-évaluation

1

Couleur	Jaune	Blanc
Fréquences	0,02	0,56
Pourcentage	2	56

Couleur	Rouge	Bleu
Fréquences	0,03	0,01
Pourcentage	3	1

Couleur	Vert	Noir
fréquences	0,06	0,31
pourcentage	6	31

2 1)
a) $12/87$ b) $53/87$
2) $22/34$

3 1) 657 579 2) 700 380

4
1) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.
2) 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18.
3) 0, 1, 3, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 19.
4) 0, 3, 9, 15.

5
1) 43,9 %
2) 197

S'entraîner

1 $p(6) = 0,2$

2 $p(A \cup B) = 0,8$

3 $p(A \cap B) = 0,3$

4 $p\left(\overline{A \cup B}\right) = 0,1$

5 $2/7$

6 « la pièce est noire et n'est pas une tour.

7 0,5

8
1) $p(A \cap B) = 0$
2) $p(A \cup B) = 0,6$

9 0,5

10
1) « C'est un garçon ou un élève qui n'a pas appris sa leçon »
2) « C'est un garçon qui n'a pas appris sa leçon »

11 « répondre juste à moins deux questions. »

32 2)
a) $1/8$ c) $1/2$
b) $1/2$

45 1) 0,1
2)
a) 0,4 b) 0,4

Auto-évaluation QCM

58 c
59 a d
60 b d
61 a e
62 a c
63 a
64 c d
65 d
66 b c
67 c
68 a c
69 a d