Cours et méthodes

1) La symétrie centrale

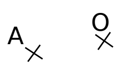
Définition

- Transformer une figure par symétrie centrale revient à lui faire faire un demi-tour autour d'un point.
- Deux points A et A' sont symétriques par rapport au point O lorsque le point O est le milieu du segment [AA'].

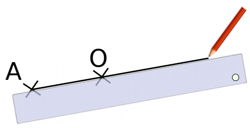
Entraîne-toi à **Construire le symétrique d'un point**

Protocole de construction du symétrique d'un point

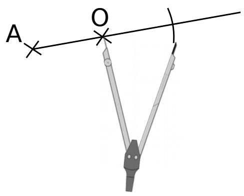
1. Figure de base : un point et le centre de symétrie.



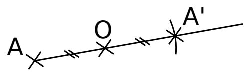
2. Tracer la demi - droite [AO).



3. Reporter la longueur OA de l'autre côté du point O.



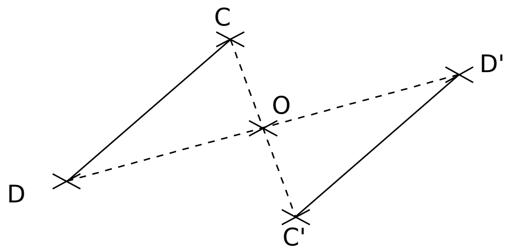
4. Coder les longueurs égales.



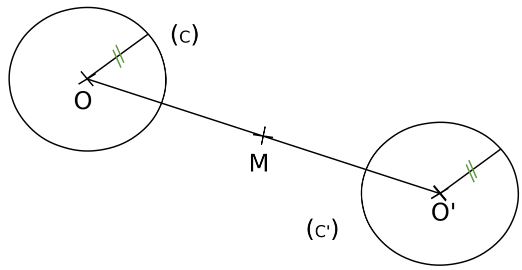
Propriété

La symétrie conserve l'alignement, les longueurs, le parallélisme et les angles.

» **Remarque :** Pour tracer le symétrique d'un segment, il suffit de tracer les symétriques de ses extrémités et pour tracer le symétrique d'un cercle, le symétrique de son centre.



Pour tracer le symétrique du segment [CD] par rapport à O, il suffit de tracer les symétriques de C et D et de les relier.



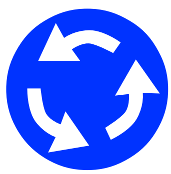
Pour tracer le symétrique du cercle (c), il suffit de tracer le symétrique de M par rapport à O et de tracer le cercle de même rayon de centre O'.

Définition

Une figure admet un **centre de symétrie** lorsqu'elle est invariante dans la symétrie par rapport à ce point.

» **Exemples**

- Le panneau de signalisation de fin de stationnement interdit admet un centre de symétrie.



- Le panneau de signalisation d'un rond-point n'a pas de centre de symétrie.

2) Le parallélogramme

Propriété

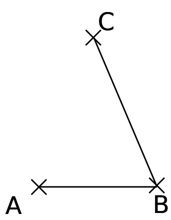
Le parallélogramme possède un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.

Les propriétés de la symétrie impliquent que :
- Le parallélogramme a ses diagonales qui se coupent en leur milieu.
- Ses côtés opposés sont deux à deux de même longueur.

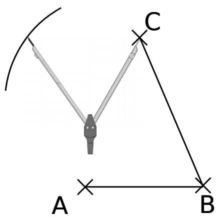
↘ Entraîne-toi à **Construire un parallélogramme**

Protocole de construction d'un parallélogramme

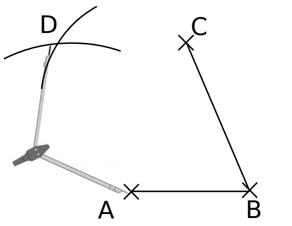
1. Figure de base.



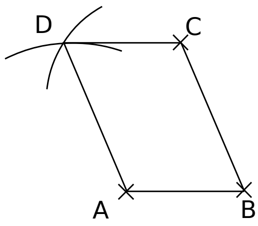
2. On reporte la longueur du côté [AB] à partir du point C.



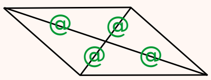
3. À partir de A, on reporte la longueur du côté [BC].



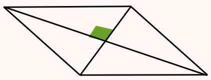
4. Figure finale.



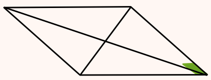
Propriétés : Parallélogrammes particuliers



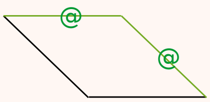
Un parallélogramme avec des diagonales de même longueur est un rectangle.



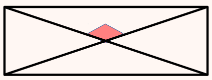
Un parallélogramme avec des diagonales perpendiculaires est un losange.



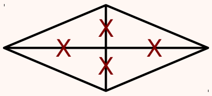
Un parallélogramme avec deux côtés consécutifs perpendiculaires est un rectangle.



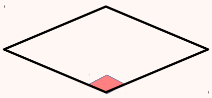
Un parallélogramme avec deux côtés consécutifs de même longueur est un losange.



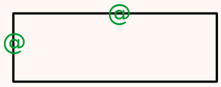
Un rectangle avec des diagonales perpendiculaires est un carré.



Un losange avec des diagonales de même longueur est un carré.



Un losange avec deux côtés consécutifs perpendiculaires est un carré.



Un rectangle avec deux côtés consécutifs de même longueur est un carré.

3) La rotation

Définition

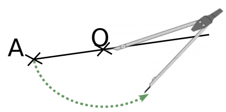
- Transformer une figure par rotation revient à la faire pivoter d'un **angle** donné autour d'un point, **son centre**. Le sens inverse des aiguilles d'une montre est appelé **sens direct**.
- Dans le sens direct, le point A' est l'image du point A par la rotation de centre O et d'angle α : lorsque OA=OA', l'angle $\widehat{AOA'}$ mesure α° et on tourne de A vers A' dans le sens direct.

Entraîne-toi à **Construire l'image d'un point par une rotation**

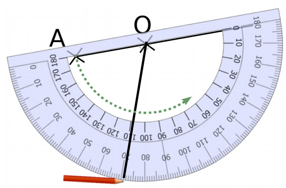
Protocole de construction de l'image d'un point par une rotation

1. Figure de base : un point et le centre de rotation.

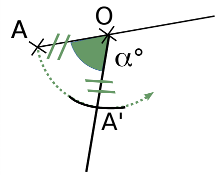
2. Tracer un arc de cercle de centre O et de rayon OA dans le sens direct.



3. Marquer l'angle de rotation avec une demi-droite coupant l'arc de cercle.

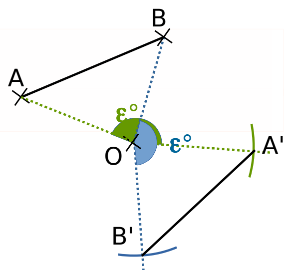


4. Coder les longueurs égales.



Propriété

- La rotation conserve l'alignement, les longueurs, le parallélisme et les angles.
- Un cercle est donc invariant par rotation autour de son centre.



» **Remarque :** Cela implique que pour tracer l'image d'un segment par une rotation, il suffit de tracer les images de ses extrémités et pour tracer l'image d'un cercle par une rotation, il suffit de tracer l'image de son centre.

4) La translation

Définition

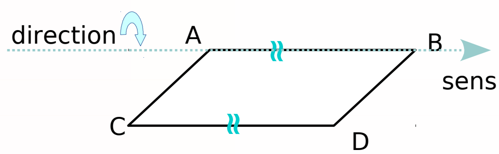
Transformer une figure par translation revient la faire glisser d'une longueur donnée, le long d'une droite donnée et dans un sens donné.

» **Remarque :** La longueur, la direction et le sens peuvent être donnés par un couple de points de référence.

Propriété

Si la translation qui transforme A en B transforme aussi C en D, alors ABDC est un parallélogramme éventuellement aplati.

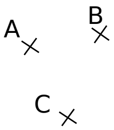
Parallélogramme aplati



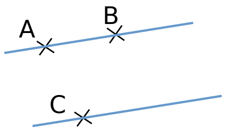
Entraîne-toi à **Construire l'image d'un point par une translation**

Protocole de construction de l'image d'un point par une translation

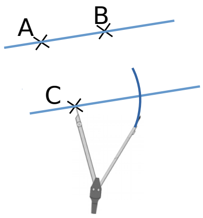
1. Figure de base : Points A et B définissant la translation et le point à translater.



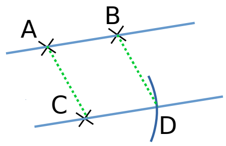
2. On trace une droite passant par C parallèle à (AB) la direction de la translation.



3. On reporte la longueur AB sur (d) à partir de C et dans le bon sens (A vers B).



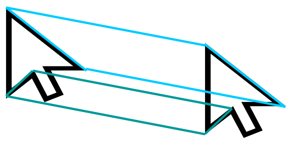
4. Figure finale.



Propriété

- La translation conserve l'alignement, les longueurs, le parallélisme et les angles.
- Une droite est invariante par toute translation dont la direction est parallèle à cette droite.

» **Remarque :** Cela implique que pour tracer le translaté d'un segment, il suffit de tracer les translatés de ses extrémités et pour tracer le translaté d'un cercle, il suffit de tracer le translaté de son centre.



5 Triangles égaux

Définition

Deux triangles sont égaux lorsqu'on peut les superposer par glissement ou par retournement.

Propriété

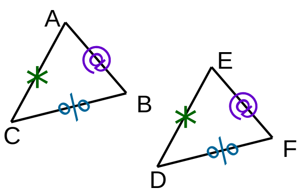
Si deux triangles sont égaux alors ils ont leurs trois côtés et leurs trois angles de même mesure.

Propriété : cas d'égalité de deux triangles

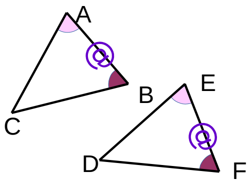
cas n°1 : Si deux triangles ont les longueurs de leurs côtés deux à deux égales, alors les triangles sont égaux.

cas n°2 : Si deux triangles ont un côté de même longueur, commun à deux angles deux à deux de même mesure, alors les triangles sont égaux.

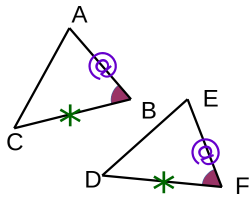
cas n°3 : Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés deux à deux de même longueur, alors les triangles sont égaux.



Cas n°1



Cas n°2



Cas n°3