CLASSE : **3ème CORRIGE DU CONTRÔLE** sur le chapitre : **GEOMETRIE DANS L'ESPACE**

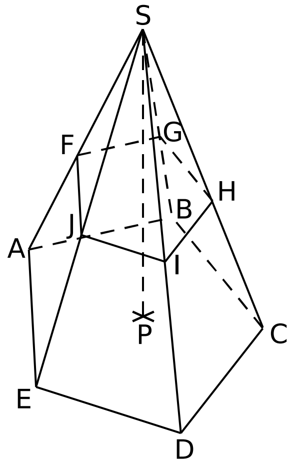
EXERCICE 1 : **/4 points** (1 + 1 + 2)

a. Lorsqu'on coupe un cylindre de révolution par un plan parallèle à son axe, on obtient un rectangle.

b. Lorsqu'on coupe un cône de révolution par un plan parallèle à sa base, on obtient un disque.

c. La section d'une boule par un plan est un disque ou un point dans le cas où le plan est tangent à la boule.

EXERCICE 2 : **/5 points** (1,5 + 1 + 2,5)



SABCDE est une pyramide ayant pour base le pentagone ABCDE et pour hauteur [SP]. Le pentagone FGHIJ est la section de cette pyramide par un plan parallèle à la base. On sait que l'aire du pentagone ABCDE est de 15 cm², que PS = 8 cm, SA = 10 cm et FA = 6 cm.

a. *En détaillant tes calculs, détermine le volume de la pyramide SABCDE.*

Le volume d'une pyramide est donné par la formule :

$V = \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$. **/0,5 point**

Ici, l'aire de la base est celle du pentagone ABCDE, soit 15 cm^2.
La hauteur est égale à la distance PS, soit 8 cm.

Donc $V = \dfrac{15 \times 8}{3} = 40$ cm^3. **/1 point**

b. *Que peut-on dire du polygone FGHIJ par rapport au polygone ABCDE ?*

La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est une réduction de la base. Donc le polygone FGHIJ est une réduction du polygone ABCDE.

c. *En détaillant tes calculs, détermine l'aire du polygone FGHIJ.*

Déterminons le coefficient de cette réduction. Puisqu'on a coupé la pyramide par un plan parallèle à la base, (FJ) est parallèle à (AE). Comme(FJ) est parallèle à (AE) et que les points S, F, A et S, J, E sont alignés dans le même ordre, on peut utiliser le théorème de Thalès.

On obtient : $\dfrac{FJ}{AE} = \dfrac{SF}{SA} = \dfrac{SJ}{SE}$. **/0,5 point**

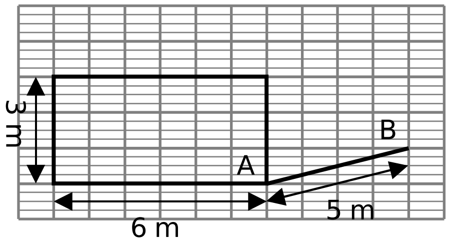
Puisque $\dfrac{FJ}{AE} = \dfrac{SF}{SA}$ et que F appartient au segment [SA], $\dfrac{FJ}{AE} = \dfrac{SA - FA}{SA}$, donc $\dfrac{FJ}{AE} = \dfrac{10 - 6}{10}$.

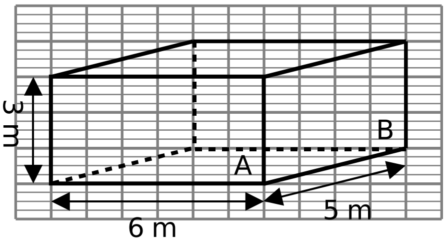
Par conséquent, $\dfrac{FJ}{AE} = \dfrac{4}{10}$ et $\dfrac{FJ}{AE} = 0{,}4$.

Le coefficient de la réduction est donc $k = 0{,}4$. **/1 point**
Or on sait que, par une réduction de coefficient k, l'aire est multipliée par k^2.
Donc Aire$_{FGHIJ}$ = $k^2 \times$ Aire(ABCDE). Ainsi, Aire$_{FGHIJ}$ = $0{,}4^2 \times 15$
Donc Aire$_{FGHIJ}$= $0{,}16 \times 15 = 2{,}4$ cm^2. **/1 point**

EXERCICE 3 : **/3 points** (1,5 + 1,5)

a. *En utilisant les carreaux de ta copie, reproduis et complète cette représentation en perspective cavalière d'un parallélépipède rectangle.*

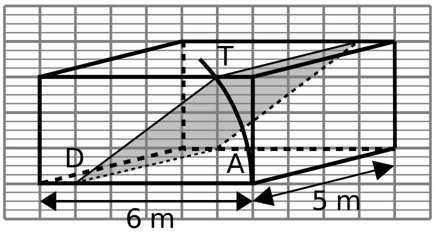




***b.** Sur la représentation en perspective cavalière de la question **a.**, trace et colorie une section de ce parallélépipède rectangle parallèlement à l'arête [AB] qui soit un carré.*

La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une arête est un rectangle dont l'une des dimensions correspond à la longueur de cette arête. Cela signifie qu'une des dimensions du rectangle que l'on va obtenir sera 5 m. D'autre part, on veut ici que la section soit un carré ; cela signifie que tous les côtés mesureront 5 m.

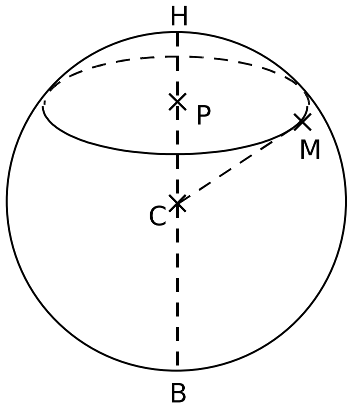
Par exemple, on place un point D à 5 m de A et on trace l'arc de cercle de centre D passant par A. Cet arc de cercle coupe l'arête supérieure en un point T, qui sera forcément situé lui aussi à 5 m de A. Il ne reste plus alors qu'à compléter la représentation en perspective cavalière de la section.



Il existe beaucoup d'autres solutions et procédures.

<u>EXERCICE 4 :</u> **/4,5 points** (1,5 + 1 + 2)

Le dessin ci-contre représente une sphère de rayon 7,4 cm et de centre C. Le point P est un point du segment [BH] et peut se déplacer sur ce segment. M est un point de la section obtenue en coupant cette sphère par un plan passant par le point P et perpendiculaire au diamètre [HB].



***a.** Où doit se trouver le point P pour que la section ne soit pas un cercle ? Tu donneras toutes les réponses possibles. Quelle est alors la nature de cette section ?*

Si le plan passant par le point P est tangent à la sphère, la section n'est pas un cercle. C'est le cas si le point P est confondu avec le point H ou si il est confondu avec le point B. Dans ce cas, la section de la sphère par le plan est un point.

/0,5 point par réponse correcte

***b.** Quel nom particulier porte la section si le point P est confondu avec le point C ?*

Dans le cas où le plan de section passe par le centre de la sphère, la section est appelée grand cercle.

***c.** Quelle est la distance PC lorsque le point P est à 2,4 cm du point M ? Tu détailleras tes calculs.*

Puisque le plan est perpendiculaire au diamètre [HB], la droite (PM) est perpendiculaire à (HB).

/0,5 point

Ainsi, on peut utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle MPC rectangle en P.
D'après ce théorème, $MC^2 = PM^2 + PC^2$.

/0,5 point

Donc $7{,}4^2 = 2{,}4^2 + PC^2$. Par conséquent, $7{,}4^2 - 2{,}4^2 = PC^2$ et $54{,}76 - 5{,}76 = PC^2$.
Donc $PC^2 = 49$ et $PC = \sqrt{49} = 7$ cm.

/1 point

<u>EXERCICE 5 :</u> **/3,5 points** (1,5 + 2)

Un astronome vient de découvrir deux planètes, Magnus et Minus, chacune des deux étant assimilée à une sphère. On sait que le rayon de Magnus est de 2 832 km.

***a.** Calcule le volume de Magnus au kilomètre cube près en notation scientifique.*

La formule donnant le volume d'une boule est : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times rayon^3$ **/0,5 point**

Ici, $V = \frac{4}{3} \times \pi \times 2\,832^3 \approx 9{,}5141141191 \times 10^{10}$ km³. **/1 point**

***b.** Le volume de la planète Minus vaut exactement $\frac{1}{8}$ de celui de la planète Magnus. Détermine le rayon de la planète Minus.*

Dans une réduction ou un agrandissement de coefficient k, les volumes sont multipliés par k^3.

/0,5 point

Puisque le volume de la planète Minus vaut $\frac{1}{8}$ de celui de la planète Magnus, cela signifie que $\frac{1}{8} = \frac{1}{k^3}$, où k est le coefficient de réduction par lequel il faut multiplier les dimensions de la planète Magnus pour obtenir celles de la planète Minus.

Puisque $\frac{1}{8} = \frac{1}{k^3}$, $8 = k^3$ et on en déduit que $k = 2$.

/1 point

Par conséquent, le rayon de la planète Minus mesure $\frac{1}{2} \times 2\,832 = 1\,416$ km.

/0,5 point