CLASSE **: 3ème CORRIGE DU CONTRÔLE** sur le chapitre : **NOMBRES ENTIERS ET RATIONNELS**

<u>EXERCICE 1</u> : **/3 points**

Dans chaque cas, calcule le PGCD des nombres donnés en détaillant la méthode.

a. *36 et 60* **/1 point**

On liste les diviseurs de 36 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; <u>12</u> ; 18 ; 36.
On liste les diviseurs de 60 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; <u>12</u> ; 15 ; 20 ; 30 ; 60.
On cherche le plus grand nombre commun à ces deux listes.
On en déduit que PGCD (36 ; 60) = 12.

b. *321 et 112* ***/1 point***

On effectue la division euclidienne de 321 par 112 : $321 = 112 \times 2 + 97$.
Donc PGCD (321 ; 112) = PGCD (112 ; 97).
On effectue la division euclidienne de 112 par 97 : $112 = 97 \times 1 + 15$.
Donc PGCD (112 ; 97) = PGCD (97 ; 15).
On effectue la division euclidienne de 97 par 15 : $97 = 15 \times 6 + 7$.
Donc PGCD (97 ; 15) = PGCD (15 ; 7).
On effectue la division euclidienne de 15 par 7 : $15 = 7 \times 2 + 1$.
Donc PGCD (15 ; 7) = PGCD (7 ; 1).
On effectue la division euclidienne de 7 par 1 : $7 = 1 \times 7 + 0$.
Donc PGCD (7 ; 1) = 1.
Donc PGCD (321 ; 112) = 1.

c. *1 053 et 325* **/1 point**

On utilise la même méthode que pour le **b.** :
$1\,053 = 325 \times 3 + 78$.
Donc PGCD (1 053 ; 325) = PGCD (325 ; 78).
$325 = 78 \times 4 + 13$.
Donc PGCD (325 ; 78) = PGCD (78 ; 13).
$78 = 13 \times 6 + 0$.
Donc PGCD (78 ; 13) = 13.
Donc PGCD (1 053 ; 325) = 13.

<u>EXERCICE 2</u> : **/3 points**

Un collège organise un tournoi sportif par équipe pour tous ses élèves. Chaque équipe doit comporter le même nombre de filles et le même nombre de garçons. Les professeurs souhaitent constituer le plus grand nombre possible d'équipes. Il y a 210 filles et 294 garçons.

a. *Quel est le plus grand nombre d'équipes que l'on peut constituer ?*

210 filles et 294 garçons participent au tournoi et chaque équipe doit comporter le même nombre de filles et de garçons donc le nombre d'équipes est un diviseur de 210 et 294.
On cherche le plus grand nombre d'équipes que l'on peut constituer donc ce nombre est le PGCD de 210 et 294. **/1 point (pour justifier que le nombre cherché est le PGCD)**

On calcule le PGCD de 210 et 294 :
On effectue la division euclidienne de 294 par 210 : $294 = 210 \times 1 + 84$.
Donc PGCD (210 ; 294) = PGCD (210 ; 84).
On effectue la division euclidienne de 210 par 84 : $210 = 84 \times 2 + 42$.
Donc PGCD (210 ; 84) = PGCD (84 ; 42).
On effectue la division euclidienne de 84 par 42 : $84 = 42 \times 2 + 0$.
Donc PGCD (84 ; 42) = 42.
Donc PGCD (210 ; 294) = 42. **/1 point (pour calculer le PGCD)**

Le plus grand nombre d'équipes que l'on peut constituer est donc 42. **/0,5 point**

b. *Combien y-a-t-il alors de filles et de garçons dans chaque équipe ?* **/0,5 point**

$210 \div 42 = 5$ et $294 \div 42 = 7$ donc il y a cinq filles et sept garçons dans chaque équipe.

<u>EXERCICE 3</u> : **/3 points**

Un ouvrier dispose de plaque de métal de 3,15 m de long et 2,80 m de large. Son patron lui a demandé de découper, dans ces plaques, des carrés tous identiques, les plus grands possibles, de façon à ne pas avoir de perte.

a. *Quelle sera la longueur du côté d'un carré ?*

3,15 m = 315 cm et 2,80 m = 280 cm.
Le patron a demandé à l'ouvrier de découper dans les plaques des carrés tous identiques de sorte à ne pas voir de perte donc la longueur du côté d'un carré, en centimètres, est un diviseur de 315 et 280.
Les carrés doivent être les plus grands possibles donc la longueur du côté d'un carré, en centimètres, est le PGCD de 315 et 280. **/0,5 point (pour justifier que le nombre cherché est le PGCD)**
On calcule le PGCD de 315 et 280.
On effectue la division euclidienne de 315 par 280 : $315 = 280 \times 1 + 35$.
Donc PGCD (315 ; 280) = PGCD (280 ; 35).
On effectue la division euclidienne de 280 par 35 : $280 = 35 \times 8 + 0$.
Donc PGCD (280 ; 35) = 35.
Donc PGCD (315 ; 280) = 35. **/1 point (pour calculer le PGCD)**
Le côté d'un carré mesure donc 35 cm. **/0,5 point**

b. *Combien découpera-t-il de carrés par plaque ?* **/1 point**

$315 \div 35 = 9$ donc l'ouvrier peut découper neuf carrés dans la longueur d'une plaque.
$280 \div 35 = 8$ donc l'ouvrier peut découper huit carrés dans la largeur d'une plaque.
$9 \times 8 = 72$ donc l'ouvrier peut découper 72 carrés par plaque.

<u>EXERCICE 4</u> : **/2 points**

Les nombres suivants sont-ils premiers entre eux ? Justifie ta réponse.

a. 357 et 561 **/1 point**
$3 + 5 + 7 = 15$
15 est divisible par 3
donc 357 est divisible par 3.
$5 + 6 + 1 = 12$
12 est divisible par 3
donc 561 est divisible par 3.
3 est donc un diviseur commun à 357 et 561.
357 et 561 ont un diviseur commun autre que 1 donc leur PGCD n'est pas égal à 1.
Donc 357 et 561 ne sont pas premiers entre eux.

b. 133 et 185 **/1 point**
133 et 185 n'ont pas de diviseur commun évident.
On va donc calculer le PGCD de 133 et 185 (en utilisant par exemple la méthode de l'exercice 1 **b.**) :
$185 = 133 \times 1 + 52$
$133 = 52 \times 2 + 29$
$52 = 29 \times 1 + 23$
$29 = 23 \times 1 + 6$
$23 = 6 \times 3 + 5$
$6 = 5 \times 1 + 1$
$5 = 1 \times 5 + 0$
donc PGCD (5 ; 1) = 1 et PGCD (133 ; 185) = 1.
Donc 133 et 185 sont premiers entre eux.

<u>EXERCICE 5</u> : **/3 points**

Rends les fractions suivantes irréductibles, détaille la démarche.

a. $\frac{240}{105}$ **/1 point**
On calcule PGCD (240 ; 105) :
$240 = 105 \times 2 + 30$
$105 = 30 \times 3 + 15$
$30 = 15 \times 2 + 0$
Donc PGCD (30 ; 15) = 15.
Donc PGCD (240 ; 105) = 15.
$\frac{240}{105} = \frac{240 \div 15}{105 \div 15} = \frac{16}{7}$

b. $\frac{972}{648}$ **/1 point**
On calcule PGCD (972 ; 648) :
$972 = 648 \times 1 + 324$
$648 = 324 \times 2 + 0$
Donc PGCD (648 ; 324) = 324.
Donc PGCD (972 ; 648) = 324.
$\frac{972}{648} = \frac{972 \div 324}{648 \div 324} = \frac{3}{2}$

c. $\frac{119}{187}$ **/1 point**
On calcule PGCD (187 ; 119) :
$187 = 119 \times 1 + 68$
$119 = 68 \times 1 + 51$
$68 = 51 \times 1 + 17$
$51 = 17 \times 3 + 0$
Donc PGCD (51 ; 17) = 17.
Donc PGCD (119 ; 187) = 117.
$\frac{119}{187} = \frac{119 \div 17}{187 \div 17} = \frac{7}{11}$

<u>EXERCICE 6</u> : **/6 points**

Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un entier relatif.

$A = \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{1}{6}$

$A = \frac{5}{7} - \frac{2 \times 1}{7 \times 2 \times 3}$

$A = \frac{5 \times \cancel{3}}{7 \times \cancel{3}} - \frac{1}{21}$

$A = \frac{15}{21} - \frac{1}{21}$

$A = \frac{14 \div 7}{21 \div 7}$

$A = \frac{2}{3}$ **/1 point**

$B = \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{5}{2}$

$B = \left(\frac{3 \times 2}{5 \times 2} - \frac{1 \times 5}{2 \times 5}\right) \times \frac{5}{2}$

$B = \left(\frac{6}{10} - \frac{5}{10}\right) \times \frac{5}{2}$

$B = \frac{1}{10} \times \frac{5}{2}$

$B = \frac{1 \times 5}{5 \times 2 \times 2}$

$B = \frac{1}{4}$ **/1 point**

$C = \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9}$

$C = \left(\frac{2}{3} - \frac{9}{3}\right) \div \frac{1}{9}$

$C = \frac{-7}{3} \times \frac{9}{1}$

$C = \frac{-7 \times 3 \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times 1}$

$C = -21$

$C = -21$ **/1 point**

$D = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \div \frac{3}{2}$

$D = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$

$D = \frac{1}{3} + \frac{5 \times \cancel{2}}{\cancel{2} \times 3 \times 3}$

$D = \frac{3}{9} + \frac{5}{9}$

$D = \frac{8}{9}$ **/1 point**

$E = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) \times \left(7 + \frac{37}{9}\right)$

$E = \left(\frac{5}{20} - \frac{4}{20}\right) \times \left(\frac{63}{9} + \frac{37}{9}\right)$

$E = \frac{1}{20} \times \frac{100}{9}$

$E = \frac{5 \times \cancel{20}}{\cancel{20} \times 9}$

$E = \frac{5}{9}$ **/1 point**

$F = \frac{35}{15} \times \left(\frac{4}{9} + \frac{7}{12}\right)$

$F = \frac{7 \times \cancel{5}}{3 \times \cancel{5}} \times \left(\frac{4 \times 4}{9 \times 4} + \frac{7 \times 3}{12 \times 3}\right)$

$F = \frac{7}{3} \times \left(\frac{16}{36} + \frac{21}{36}\right)$

$F = \frac{7}{3} \times \frac{37}{36}$

$F = \frac{259}{108}$ **/1 point**