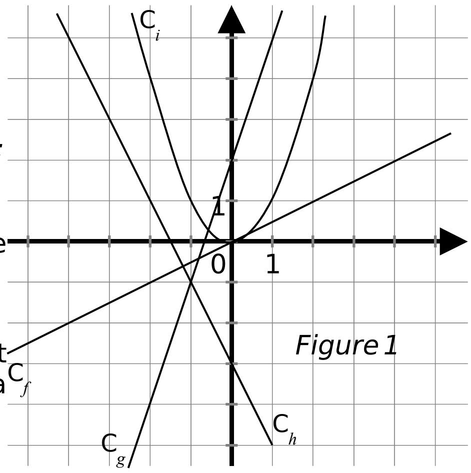
CLASSE : 3ème CORRIGE DU CONTRÔLE sur le chapitre : **FONCTIONS LINEAIRES ET AFFINES**

EXERCICE 1 :

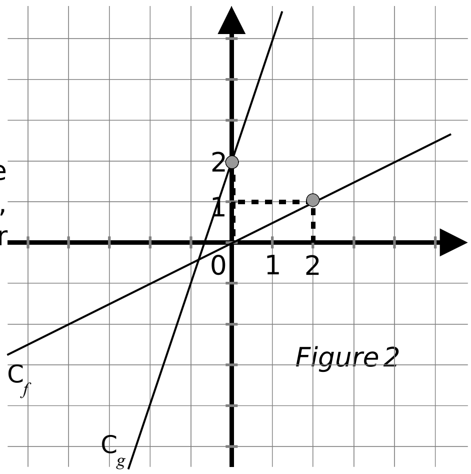
/5,5 points (1 + 1 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 1,5)

Dans la figure ci-contre, on a représenté quatre fonctions : f, g, h et i.



a. Une fonction est affine si sa représentation graphique est une droite. Les fonctions affines sont donc f, g et h (*voir figure 1*).

b. Une fonction est linéaire si sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine. Il n'y en a qu'une ici, et c'est la fonction f (*voir figure 1*).

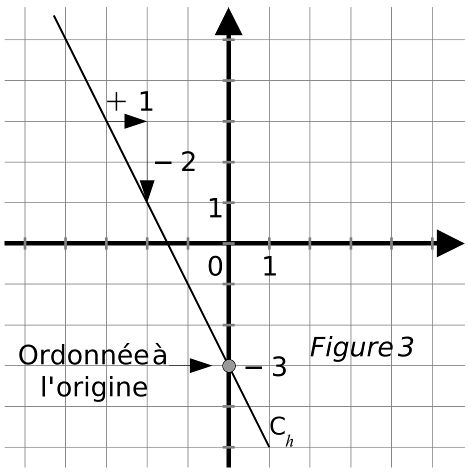


c. L'image de 2 par la fonction f est 1 (*voir figure 2*).

d. L'antécédent de 2 par la fonction g est 0 (*voir figure 2*).

e. Le coefficient directeur de la fonction h est l'accroissement de $h(x)$ quand x augmente de 1. Quand x augmente de 1, $h(x)$ augmente de − 2 (*voir figure 3*). Donc le coefficient directeur de la fonction h est − 2.

f. L'ordonnée à l'origine de la fonction h est l'ordonnée du point de la courbe représentative de h qui a pour abscisse 0. Ici, c'est − 3 (*voir figure 3*).



g. En observant la figure 2, on constate que le coefficient directeur de la fonction f est 0,5 (quand x augmente de 1, $f(x)$ augmente de 0,5). D'autre part, l'ordonnée à l'origine de f est 0. Donc f est la fonction linéaire telle que $f(x) = 0{,}5x$.

/0,5 point

EXERCICE 2 : **/4,5 points** (1,5 + 1 + 2)

a. *Parmi les fonctions suivantes, quelle(s) est (sont) la (les) fonction(s) affine(s) ? La (les) fonction(s) linéaire(s) ? Celle(s) qui n'est (ne sont) ni affine(s), ni linéaire(s) ? :*

$h : x \longmapsto \dfrac{1}{x}$ $\qquad$ $i : x \longmapsto \dfrac{2}{3}x - 1$

$j : x \longmapsto 3x - x$ $\qquad$ $k : x \longmapsto (x+5)^2 - x^2$

Une fonction est affine quand à un nombre x, elle associe $a \times x + b$, où a et b sont deux nombres.

C'est le cas pour la fonction $i : x \longmapsto \dfrac{2}{3}x - 1$. Dans ce cas, $a = \dfrac{2}{3}$ et $b = -1$.

C'est aussi le cas pour la fonction $j : x \longmapsto 3x - x$. En effet, $3x - x = 2x$. Donc j est la fonction qui à x associe $2x$, ou $2x + 0$. Dans ce cas, $a = 2$ et $b = 0$.

C'est encore le cas pour la fonction $k : x \longmapsto (x+5)^2 - x^2$.

En effet : $(x+5)^2 - x^2 = (x+5)(x+5) - x^2$. Donc $(x+5)^2 - x^2 = x^2 + 5x + 5x + 25 - x^2$.

Par conséquent, $(x+5)^2 - x^2 = 10x + 25$.

k est donc la fonction qui à x associe $10x + 25$. Dans ce cas, $a = 10$ et $b = 25$.

/0,5 point

Une fonction est linéaire quand à un nombre x, elle associe $a \times x$, où a est un nombre quelconque. D'après les calculs effectués pour les fonctions affines, la seule fonction qui soit une fonction linéaire est la fonction $j : x \longmapsto 3x - x$, car $3x - x = 2x$. Dans ce cas, $a = 2$.
/0,5 point

Et par conséquent, la seule fonction qui ne soit ni affine, ni linéaire, est la fonction $h : x \longmapsto \frac{1}{x}$.
/0,5 point

b. *La fonction f est une fonction linéaire telle que $f(2) = 5$. Détermine f.*

Si une fonction f est linéaire, elle vérifie $f(x) = ax$, où a est un nombre quelconque. Déterminer la fonction f revient à trouver quelle est la valeur de ce nombre a.
Puisque $f(x) = ax$, $f(2) = a \times 2$. Sachant que $f(2) = 5$, cela signifie que $a \times 2 = 5$, ou que $a = \frac{5}{2}$.
Donc f est la fonction linéaire vérifiant $f(x) = \frac{5}{2}x$.

c. *g est une fonction affine telle que $g(3) = 7$ et $g(5) = 1$. Détermine g.*

La fonction g est affine, donc $g(x) = ax + b$, où a et b sont à déterminer.
$g(3) = 7$ et $g(3) = 3a + b$, donc $3a + b = 7$.
$g(5) = 1$ et $g(5) = 5a + b$, donc $5a + b = 1$.
Les deux équations ci-dessus donnent le système : $\begin{cases} 3a + b = 7 \\ 5a + b = 1 \end{cases}$
Pour résoudre ce système, on peut, par exemple, soustraire membre à membre la première ligne à la deuxième ligne.
On obtient : $2a = -6$, soit $a = -3$. **/1 point**
Pour déterminer b, on peut, par exemple, remplacer a par -3 dans la première équation :
$3a + b = 7$ donc $3 \times (-3) + b = 7$. Par conséquent, $-9 + b = 7$ et $b = 16$. **/1 point**
g est donc la fonction affine telle que $g(x) = -3x + 16$.

EXERCICE 3 : **/10 points** (2 + 1 + 1 + 2,5 + 1,5 + 2)

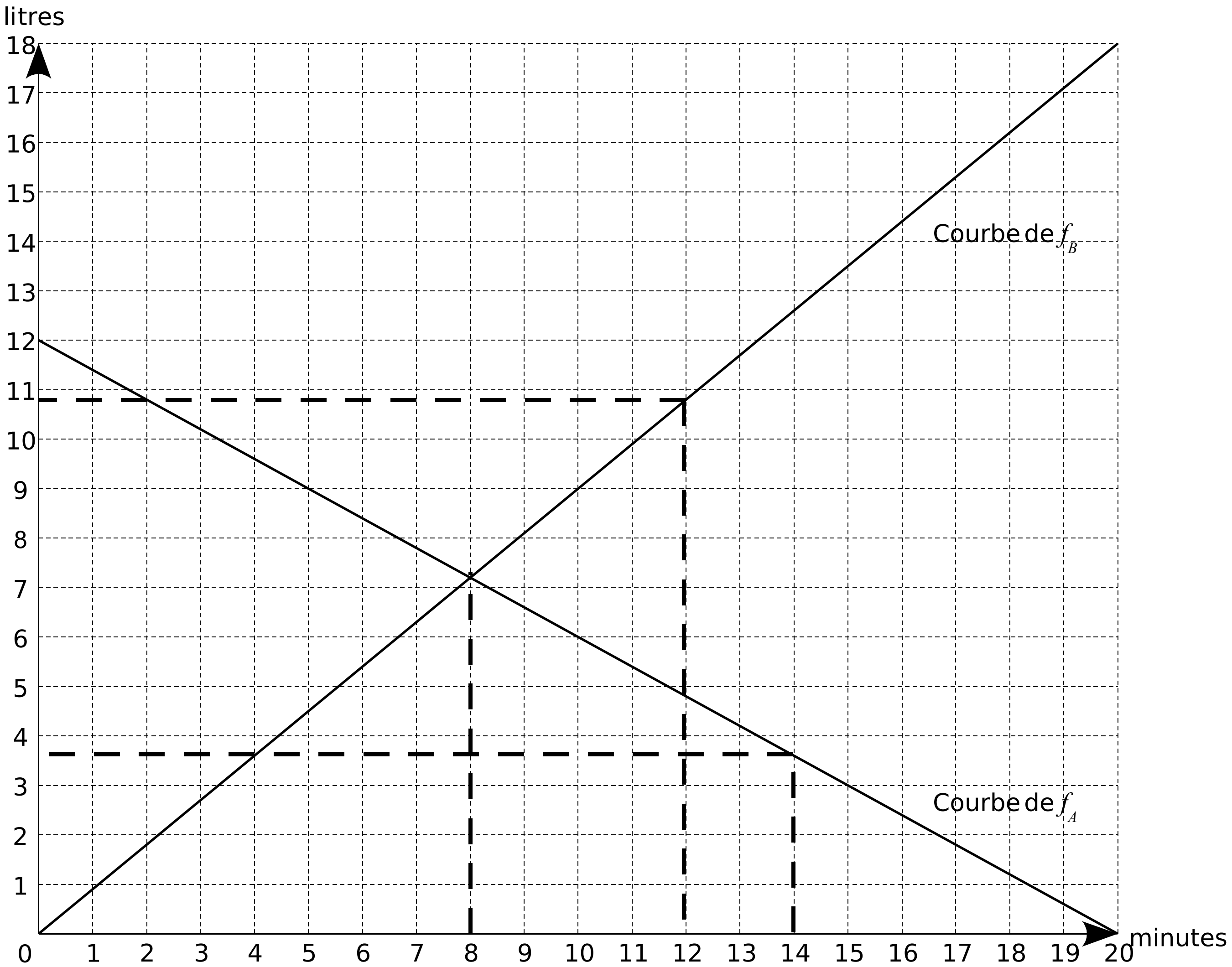
a. Le lavabo L_A contient actuellement 12 litres. Puisque la bonde laisse couler 0,6 litres d'eau par minute, dans une minute il contiendra : $12 - 0,6 =$ 11,4 litres d'eau.
Le lavabo L_B est vide mais se remplit à la vitesse de 0,9 litre d'eau par minute. Dans une minute, il contiendra donc 0,9 litre d'eau.
Dans 10 minutes, le lavabo L_A contiendra : $12 - 0,6 \times 10 = 12 - 6 =$ 6 litres d'eau.
Dans 10 minutes, le lavabo L_B contiendra : $10 \times 0,9 =$ 9 litres d'eau.
/4 fois 0,5 points

b. Soit x le nombre de minutes qui se sont écoulées depuis le début. Après x minutes, le lavabo L_A contiendra : $12 - 0,6 \times x$ litres d'eau. Répondre à cette question revient donc à résoudre l'équation : $12 - 0,6x = 0$. Soit $12 = 0,6x$ et $x = \frac{12}{0,6} = 20$. Le lavabo L_A sera donc vide au bout de 20 minutes.

c. Après x minutes, le lavabo L_A contient 12 litres $- x \times 0,6$ litres, donc $f_A(x) = 12 - 0,6x$.
/1 point
Après x minutes, le lavabo L_B contient $x \times 0,9$ litres, fonc $f_B(x) = 0,9x$.
/1 point

d. Cherchons par exemple les valeurs de f_A et f_B pour 0, 10 et 20 minutes :

Nombre x de minutes	0	10	20
$f_A(x)$	12	6	0
$f_B(x)$	0	9	18



/1 point par courbe, et 0,5 point pour le repère correctement tracé avec les unités
Remarque : Pour des raisons de pagination, les dimensions du repère ont été réduites ici.

e. Par lecture graphique, il apparaît que les lavabos L_A et L_B contiendront la même quantité d'eau après 8 minutes. **/0,5 point**
Pour retrouver ce résultat, il faut chercher pour quelle valeur de x *les fonctions* f_A et f_B ont la même valeur. Cela revient à résoudre l'équation $f_A(x) = f_B(x)$, soit $12 - 0{,}6x = 0{,}9x$.

$12 - 0{,}6x = 0{,}9x$ équivaut à $12 = 0{,}9x + 0{,}6x$, qui équivaut à $12 = 1{,}5x$ et $x = \dfrac{12}{1{,}5} = 8$.

Il faut donc bien 8 minutes pour que les deux lavabos contiennent la même quantité d'eau. **/1 point**

f. Par lecture graphique, le lavabo L_A contient environ 3,6 litres d'eau après 14 minutes. **/0,5 point**

Par le calcul, $f_A(14) = 12 - 0{,}6 \times 14 =$ 3,6 litres. **/0,5 point**

Par lecture graphique, pour que le lavabo L_B contienne 10,8 litres, il faut 12 minutes. **/0,5 point**

Par le calcul, il faut résoudre $f_B(x) = 10{,}8$ soit $0{,}9x = 10{,}8$ ou $x = \dfrac{10{,}8}{0{,}9} =$ 12 minutes. **/0,5 point**