

EXERCICE 1 : /2 points

Supprime les parenthèses puis réduis les expressions suivantes :

a. /1 point

Il ne s'agit pas ici de distributivité. On soustrait chaque terme de la première parenthèse et on ajoute chaque terme de la seconde :

$$\begin{aligned} 3x^2 - (5x - 3) + (4x^2 - 5x) &= 3x^2 - (+5x) - (-3) + (+4x^2) + (-5x) \\ &= 3x^2 - 5x + 3 + 4x^2 - 5x \\ &= 7x^2 - 10x + 3 \end{aligned}$$

b. /1 point

Ici, la difficulté consiste à respecter les règles de priorité : il faut supprimer dans un premier temps les parenthèses internes, avant de pouvoir supprimer les parenthèses externes.

$$\begin{aligned} 5 - (4x - (2 - 5x)) &= 5 - (4x - 2 + 5x) \\ &= 5 - (9x - 2) \\ &= 5 - 9x + 2 \\ &= -9x + 7 \end{aligned}$$

EXERCICE 2 : /3 points

Développe puis réduis les expressions suivantes :

a. $(2x - 3)^2$ /1 point

Ici, on peut utiliser l'identité remarquable : $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, avec $a = 2x$ et $b = 3$.

$$\begin{aligned} (2x - 3)^2 &= (2x)^2 - 2 \times (2x) \times 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9 \\ (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

b. $(4x + 7)^2$ /1 point

Ici, on peut utiliser l'identité remarquable : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, avec $a = 4x$ et $b = 7$.

$$\begin{aligned} (4x + 7)^2 &= (4x)^2 + 2 \times (4x) \times 7 + 7^2 = 16x^2 + 56x + 49 \\ (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

c. $(2x - 3)(2x + 3)$ /1 point

Ici, on peut utiliser l'identité remarquable : $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$, avec $a = 2x$ et $b = 3$.

$$\begin{aligned} (2x - 3)(2x + 3) &= (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9 \\ (a - b)(a + b) &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$

EXERCICE 3 : /2 points

Recopie et complète :

a. /1 point

$$\begin{aligned} (3x - 5)^2 &= 9x^2 - 30x + 25 \\ (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

Ici, $30x = 2ab$ donc $15x = ab$ et $\frac{15x}{a} = b$.

$$\text{Comme } a = 3x, b = \frac{15x}{3x} = \frac{5 \times 3 \times x}{3 \times x} = 5.$$

b. /1 point

$$\left(5 + \frac{3x}{4}\right)\left(5 - \frac{3x}{4}\right) = 25 - \frac{9x^2}{16}$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$\text{Ici, } b = \frac{3x}{4} \text{ car } \left(\frac{3x}{4}\right)^2 = \frac{3x}{4} \times \frac{3x}{4} = \frac{9x^2}{16}$$

EXERCICE 4 : /2 points

Factorise chacune des expressions suivantes :

a. /0,5 point

On commence par décomposer chacun des termes pour repérer le facteur commun :

$$\begin{aligned} 15x^2 - 10x &= 5 \times 3 \times x \times x - 5 \times 2 \times x \\ &= 5x \times 3x - 5x \times 2 \\ &= 5x \times (3x - 2) \end{aligned}$$

c. /0,5 point

$$x^2 - 12x + 36 = x^2 - 2 \times x \times 6 + 6^2$$

On reconnaît l'identité remarquable :

$$\begin{aligned} a^2 - 2ab + b^2 &= (a - b)^2 \text{ avec } a = x \text{ et } b = 6. \\ x^2 - 12x + 36 &= (x - 6)^2 \end{aligned}$$

b. /0,5 point

$$25x^2 - 36 = (5x)^2 - 6^2$$

Ici, on reconnaît l'identité remarquable :

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b), \text{ avec } a = 5x \text{ et } b = 6 \\ 25x^2 - 36 &= (5x + 6)(5x - 6) \end{aligned}$$

d. /0,5 point

$$0,04 + 2x + 25x^2 = 0,2^2 + 2 \times 0,2 \times 5x + (5x)^2$$

On reconnaît l'identité remarquable :

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= (a + b)^2 \text{ avec } a = 0,2 \text{ et } b = 5x. \\ 0,04 + 2x + 25x^2 &= (0,2 + 5x)^2 \end{aligned}$$

EXERCICE 5 : /6 points**a. /1,5 points**

$$A = (2x - 1)^2 - (3x + 2)(2x - 1)$$

La multiplication étant prioritaire sur la soustraction, on commence par effectuer les produits. Pour le premier, on utilise l'identité remarquable $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, avec $a = 2x$ et $b = 1$. Pour le second, on utilise la distributivité.

$$A = (4x^2 - 4x + 1) - (6x^2 - 3x + 4x - 2)$$

Puis on supprime les parenthèses :

$$A = 4x^2 - 4x + 1 - 6x^2 + 3x - 4x + 2$$

Enfin, on simplifie :

$$A = -2x^2 - 5x + 3$$

0,5 point pour le développement

0,5 point pour la suppression de parenthèses

0,5 point pour la simplification

b. /1,5 points

$$A = (2x - 1)^2 - (3x + 2)(2x - 1) = (2x - 1)(2x - 1) - (3x + 2)(2x - 1)$$

Ici, le facteur commun aux deux termes est $(2x - 1)$.

$$A = (2x - 1)((2x - 1) - (3x + 2))$$

Il reste à supprimer les parenthèses :

$$A = (2x - 1)(2x - 1 - 3x - 2)$$

$$A = (2x - 1)(-x - 3)$$

0,5 point pour la mise en facteur

0,5 point pour la suppression de parenthèses

0,5 point pour la simplification

c. /2 points

$$\text{Si } x = -2, A = -2x^2 - 5x + 3$$

(On utilise par exemple la forme développée.)

$$= -2 \times (-2)^2 - 5 \times (-2) + 3$$

$$= -2 \times 4 + 10 + 3$$

$$= 5$$

$$\text{Si } x = \frac{3}{5}, A = \left(2 \times \frac{3}{5} - 1\right) \left(-\frac{3}{5} - 3\right)$$

(On utilise par exemple la forme factorisée.)

$$= \left(\frac{6}{5} - \frac{5}{5}\right) \left(-\frac{3}{5} - \frac{15}{5}\right)$$

$$= \frac{1}{5} \times \left(-\frac{18}{5}\right)$$

$$= -\frac{18}{25}$$

d. /1 point

Résous l'équation $(2x - 1)(-x - 3) = 0$.

Pour qu'un produit soit nul, il faut que l'un de ses facteurs au moins soit nul.

Si $(2x - 1)(-x - 3) = 0$, cela signifie que $(2x - 1) = 0$ ou que $(-x - 3) = 0$.

Si $2x - 1 = 0$, alors $2x = 1$ et donc $x = \frac{1}{2}$.

Si $-x - 3 = 0$, alors $-3 = x$.

L'équation admet donc deux solutions : $\frac{1}{2}$ et -3 .

EXERCICE 6 : /1 point

Sans poser l'opération, calcule, en justifiant, $B = 996 \times 1\,004$.

$$996 \times 1\,004 = (1\,000 - 4)(1\,000 + 4).$$

On reconnaît l'identité remarquable : $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$, avec $a = 1\,000$ et $b = 4$.

$$(1\,000 - 4)(1\,000 + 4) = 1\,000^2 - 4^2 = 1\,000\,000 - 16 = 999\,984$$

$$\text{Donc } 996 \times 1\,004 = 999\,984.$$

EXERCICE 7 : /4 points

a. /1 point

Exprime, en fonction de x , l'aire du rectangle LIME sous forme développée et réduite.

$$\text{Aire (LIME)} = LI \times IM = (6x - 3)(3x + 2).$$

$$\text{Donc Aire (LIME)} = 18x^2 + 12x - 9x - 6 = 18x^2 + 3x - 6.$$

b. /1 point

Exprime, en fonction de x , l'aire du rectangle PATE sous forme développée et réduite.

$$\text{Aire (PATE)} = PA \times AT = (2x - 1)(x + 2).$$

$$\text{Donc Aire (PATE)} = 2x^2 + 4x - 1x - 2 = 2x^2 + 3x - 2.$$

c. /1 point

Exprime, en fonction de x , l'aire de la partie hachurée LIMTAP sous forme développée et réduite.

Ici, attention à ne pas oublier les parenthèses :

$$\text{Aire (LIMTAP)} = \text{Aire (LIME)} - \text{Aire (PATE)}$$

$$\text{Aire (LIMTAP)} = (18x^2 + 3x - 6) - (2x^2 + 3x - 2) \quad \text{Puis on supprime les parenthèses.}$$

$$\text{Aire (LIMTAP)} = 18x^2 + 3x - 6 - 2x^2 - 3x + 2$$

$$\text{Aire (LIMTAP)} = 16x^2 - 4$$

d. /1 point

En résolvant une équation, détermine pour quelle valeur de x l'aire de LIMTAP mesure 21 m^2 .

$$\text{Aire (LIMTAP)} = 21 \text{ donc } 16x^2 - 4 = 21 \text{ et } 16x^2 = 25. \text{ Donc } x^2 = \frac{25}{16}, \text{ et } x = \frac{5}{4} \text{ ou } x = -\frac{5}{4}.$$

$$\text{Or } \frac{5}{4} = 1,25.$$

Il y aurait théoriquement 2 solutions : $1,25 \text{ m}$ et $-1,25 \text{ m}$. Mais comme une distance est toujours positive, la solution $-1,25 \text{ m}$ est impossible.

Il n'y a donc qu'une seule valeur de x pour laquelle l'aire de LIMTAP mesure 21 m^2 : c'est $1,25 \text{ m}$.

