

1 Complète chaque phrase avec un des mots suivants : diviseur, multiple, divisible.

- a. 12 est un de 6.
- b. 3 est un de 18.
- c. 230 est par 10.

2 Indique si 2, 3, 4, 5, 9 et 10 sont, oui ou non, des diviseurs des nombres donnés.

	2	3	4	5	9	10
a. 7 440						
b. 7 848						
c. 7 455						

3 Indique si 6, 8, 12, 15, 20 et 32 sont, oui ou non, des diviseurs des nombres donnés.

	6	8	12	15	20	32
a. 4 632						
b. 25 200						
c. 54 208						

4 On veut déterminer la liste de tous les diviseurs communs à 40 et 125.

a. Écris la liste de tous les diviseurs de 40.

.....

b. Écris la liste de tous les diviseurs de 125.

.....

c. Dédus-en les diviseurs communs à 40 et 125.

.....

.....

5 On veut déterminer la liste de tous les diviseurs communs à 72 et 136.

a. Écris la liste de tous les diviseurs de 72.

.....

b. Écris la liste de tous les diviseurs de 136.

.....

c. Dédus-en les diviseurs communs à 72 et 136.

.....

.....

6 Trouve les diviseurs communs à 45 et 49.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7 On veut déterminer le PGCD de 42 et 90.

a. Détermine tous les diviseurs de 42.

.....

.....

b. Détermine tous les diviseurs de 90.

.....

.....

c. Écris les diviseurs communs à 42 et 90.

.....

.....

d. Détermine alors le PGCD de 42 et 90.

.....

.....

8 Détermine les diviseurs communs à 75 et 180 puis le PGCD de ces deux nombres.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9 PGCD : un cas particulier

a. Détermine le PGCD de 14 et 42.

.....
.....
.....

b. Que remarques-tu ?

.....
.....
.....

c. Justifie.

.....
.....
.....

d. Détermine le PGCD de 25 et 125 en justifiant.

.....
.....
.....

e. Détermine le PGCD de 48 et 240 en justifiant.

.....
.....
.....

10 On veut savoir si les nombres 36 et 55 sont premiers entre eux.

a. Détermine tous les diviseurs de 36.

.....
.....
.....

b. Détermine tous les diviseurs de 55.

.....
.....
.....

c. Déduis-en les diviseurs communs à 36 et 55.

.....
.....
.....

d. Déduis-en le PGCD de 36 et 55.

.....
.....
.....

11 Nombres premiers entre eux ?

a. Détermine les diviseurs communs à 105 et 182 et déduis-en si ces nombres sont premiers entre eux ou non.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

b. 19 et 56 sont-ils premiers entre eux ? Justifie.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

12 Sans calculer le PGCD, justifie que les entiers suivants ne sont pas premiers entre eux.

a. 135 et 120

.....
.....
.....

b. 46 et 124

.....
.....
.....

c. 114 et 63

.....
.....
.....

1 Complète sans effectuer de calculs.

- a. $\text{PGCD}(3 ; 9) = \dots\dots\dots$ c. $\text{PGCD}(48 ; 12) = \dots\dots\dots$ e. $\text{PGCD}(18 ; 24) = \dots\dots\dots$
 b. $\text{PGCD}(15 ; 60) = \dots\dots\dots$ d. $\text{PGCD}(100 ; 70) = \dots\dots\dots$ f. $\text{PGCD}(36 ; 24) = \dots\dots\dots$

2 On veut calculer le PGCD de 147 et 63 à l'aide de la méthode des soustractions successives.

- $147 \geq 63$ et $147 - 63 = 84$ donc $\text{PGCD}(147 ; 63) = \text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$
- $84 \geq 63$ et $84 - 63 = 21$ donc $\text{PGCD}(84 ; 63) = \text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$
- Or, 63 est un multiple de 21 donc $\text{PGCD}(63 ; 21) = \dots\dots\dots$
- On en déduit donc que $\text{PGCD}(147 ; 63) = \dots\dots\dots$

3 Calcule le PGCD de 518 et 210 à l'aide de la méthode des soustractions successives.

- $518 \geq 210$ et $\dots\dots\dots - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ donc $\text{PGCD}(518 ; 210) = \text{PGCD}(210 ; \dots\dots\dots)$
- $\dots\dots\dots \geq \dots\dots\dots$ et $\dots\dots\dots - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ donc $\text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots) = \text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$
- $\dots\dots\dots \geq \dots\dots\dots$ et $\dots\dots\dots - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ donc $\text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots) = \text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$
- $\dots\dots\dots \geq \dots\dots\dots$ et $\dots\dots\dots - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ donc $\text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots) = \text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$
- $\dots\dots\dots \geq \dots\dots\dots$ et $\dots\dots\dots - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ donc $\text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots) = \text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots)$
- Or, $\dots\dots\dots$ est un multiple de $\dots\dots\dots$ donc $\text{PGCD}(\dots\dots\dots ; \dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$.
- On en déduit donc que $\text{PGCD}(518 ; 210) = \dots\dots\dots$.

4 On veut calculer le PGCD de 616 et 168 à l'aide de la méthode des soustractions successives et présenter les résultats dans un tableau. Complète le tableau sachant que $a \geq b$.

a	b	$a - b$	$\text{PGCD}(a ; b) = \text{PGCD}(b ; a-b)$
616	168		$\text{PGCD}(616 ; 168) = \text{PGCD}(168 ; \dots\dots\dots)$

On en déduit donc que $\text{PGCD}(616 ; 168) = \dots\dots\dots$

5 Calcule le PGCD de 231 et 561 à l'aide de la méthode des soustractions successives.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6 On veut calculer le PGCD de 1 659 et 392 à l'aide de la méthode des divisions successives.

• On effectue la division euclidienne de 1 659 par 392 : $1\ 659 = 392 \times \dots + \dots$

Le reste de la division euclidienne de 1 659 par 392 est \dots .

Donc $\text{PGCD}(1\ 659 ; 392) = \text{PGCD}(392 ; \dots)$.

• On effectue la division euclidienne de 392 par \dots : $392 = \dots \times \dots + \dots$

Le reste de la division euclidienne de 392 par \dots est \dots .

Donc $\text{PGCD}(392 ; \dots) = \text{PGCD}(\dots ; \dots)$.

• On effectue la division euclidienne de \dots par \dots : $\dots = \dots \times \dots + \dots$

Le reste de la division euclidienne de \dots par \dots est \dots .

Donc $\text{PGCD}(\dots ; \dots) = \text{PGCD}(\dots ; \dots)$.

• On effectue la division euclidienne de \dots par \dots : $\dots = \dots \times \dots + \dots$

Le reste de la division euclidienne de \dots par \dots est \dots donc \dots divise \dots .

Donc $\text{PGCD}(\dots ; \dots) = \dots$ soit $\text{PGCD}(1\ 659 ; 392) = \dots$.

7 Complète sans effectuer de calculs.

a. $5\ 732 = 1\ 275 \times 4 + 632$ donc $\text{PGCD}(5\ 732 ; 1\ 275) = \text{PGCD}(\dots ; \dots)$

b. $1\ 275 = 632 \times 2 + 11$ donc $\text{PGCD}(1\ 275 ; 632) = \text{PGCD}(\dots ; \dots)$

8 On veut calculer le PGCD de 2 640 et 34 545 à l'aide de la méthode des divisions successives.

• $34\ 545 = 2\ 640 \times \dots + \dots$ donc $\text{PGCD}(2\ 640 ; 34\ 545) = \text{PGCD}(2\ 640 ; \dots)$

• $2\ 640 = \dots \times \dots + \dots$ donc $\text{PGCD}(2\ 640 ; \dots) = \text{PGCD}(\dots ; \dots)$

• $\dots = \dots \times \dots + \dots$ donc $\text{PGCD}(\dots ; \dots) = \text{PGCD}(\dots ; \dots)$

• $\dots = \dots \times \dots + \dots$ donc $\text{PGCD}(\dots ; \dots) = \text{PGCD}(\dots ; \dots)$

• $\dots = \dots \times \dots + \dots$ donc $\text{PGCD}(\dots ; \dots) = \text{PGCD}(\dots ; \dots)$

• $\dots = \dots \times \dots + \dots$ soit \dots divise \dots

On en déduit donc que $\text{PGCD}(\dots ; \dots) = \dots$ soit $\text{PGCD}(2\ 640 ; 34\ 545) = \dots$.

9 On veut calculer le PGCD de 784 et 136 à l'aide de la méthode des divisions successives et présenter les résultats dans un tableau. Effectue les calculs au brouillon et complète le tableau sachant que dans la colonne r , on écrit le reste de la division euclidienne de a par b (b non nul).

a	b ($b \neq 0$)	r	$\text{PGCD}(a ; b) = \text{PGCD}(b ; r)$
784	136		$\text{PGCD}(784 ; 136) = \text{PGCD}(136 ; \dots)$

On en déduit donc que $\text{PGCD}(784 ; 136) = \dots$. (C'est le dernier reste non nul.)

SÉRIE 2 : CALCULS DE PGCD

10 Calcule le PGCD de 1 078 et 322 à l'aide...
a. ...de la méthode des soustractions successives.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. ...de la méthode des divisions successives.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c. Quelle est la méthode la plus rapide ?

.....

11 Pour chaque question, utilise la méthode qui te paraît la plus appropriée.

a. Calcule le PGCD de 615 et 75.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. Calcule le PGCD de 273 et 163.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c. Que dire des nombres 273 et 163 ?

.....

SÉRIE 3 : PROBLÈMES

1 a est un chiffre, on veut démontrer que le nombre $\overline{a00a}$ est divisible par 143.
(Pour $a = 4$, le nombre est 4 004.)

a. Vérifie cette affirmation avec $a = 1$ puis avec $a = 2$.

Pour $a = 1$:

.....

Pour $a = 2$:

.....

b. Complète : $\overline{a00a} = \dots \times 10^{\dots} + \dots \times 1$.

c. Démontre cette affirmation dans le cas général.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2 On veut démontrer que la somme de deux entiers naturels impairs consécutifs est un multiple de 4.

a. Quelle est l'écriture littérale d'un entier naturel impair ?

.....

b. Combien faut-il ajouter à un entier naturel impair pour obtenir l'entier impair qui le suit ?

.....

c. Donne les écritures littérales de deux entiers naturels impairs consécutifs.

.....

.....

d. Montre que leur somme peut s'écrire $4m$ où m est un entier naturel puis conclus.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3 Jérémie a 90 billes rouges et 150 billes noires et il souhaite les répartir toutes en paquets. Tous les paquets doivent contenir le même nombre de billes rouges et le même nombre de billes noires. On veut trouver les différentes possibilités pour le nombre de paquets.

a. Peut-il y avoir neuf paquets ? Trente paquets ?

.....

.....

.....

b. Donne la liste des diviseurs de 90.

.....

c. Donne la liste de diviseurs de 150.

.....

d. Quelles sont les différentes possibilités pour le nombre de paquets ?

.....

.....

.....

4 Olivia avait un paquet de 320 bonbons et un paquet de 280 chewing-gums qu'elle a partagés équitablement avec un groupe de personnes. Il lui reste alors 5 bonbons et 10 chewing-gums.

a. On souhaite retrouver le nombre de personnes de ce groupe. Le nombre recherché est un diviseur de deux nombres, lesquels ?

.....

.....

b. Calcule maintenant le nombre maximal de personnes du groupe.

.....

.....

.....

c. Combien de bonbons et de chewing-gums chaque personne aura-t-elle ?

.....

.....

.....

5 *Extrait du Brevet*

Pour le 1^{er} mai, Julie dispose de 182 brins de muguet et de 78 roses. Elle veut faire le plus grand nombre de bouquets identiques en utilisant toutes les fleurs.

a. Combien de bouquets identiques pourra-t-elle faire ?

.....

.....

.....

b. Quelle sera la composition de chaque bouquet ?

.....

.....

6 Aurélien possède un terrain rectangulaire de dimensions 78 sur 102 mètres qu'il souhaite clôturer. Afin de poser un grillage, il doit planter des poteaux régulièrement espacés et pour simplifier le travail, il veut que la distance entre chaque poteau soit un nombre entier de mètres. De plus, il lui faut un poteau à chaque coin.

a. Deux poteaux peuvent-ils être espacés de cinq mètres ? De trois mètres ?

.....

.....

.....

b. Aurélien veut planter le moins de poteaux possibles. Que peux-tu dire alors de la distance entre deux poteaux ?

.....

.....

.....

c. Combien doit-il alors planter de poteaux ?

.....

.....

.....

1 Les fractions sont-elles irréductibles ? Justifie.

a.	b.	c.	d.	e.
$\frac{4}{6}$	$\frac{3}{19}$	$\frac{15}{30}$	$\frac{1}{82}$	$\frac{42}{39}$

- a.
-
- b.
-
- c.
-
- d.
-
- e.
-

2 Rends chaque fraction irréductible en utilisant les critères de divisibilité.

- a. $\frac{385}{165} =$
- b. $\frac{153}{189} =$
- c. $\frac{120}{90} =$

3 Complète les égalités. (Dans chaque cas, la fraction de droite doit être irréductible.)

- a. $\frac{4 \times 15 \times 14}{21 \times 10 \times 22} =$
- b. $\frac{2^2 \times 3 \times 5^3}{2 \times 3^3 \times 5^2} =$

4 En décomposant

a. Écris 504 et 540 sous forme de produits de facteurs entiers les plus petits possibles.

.....

.....

b. Rends alors la fraction $\frac{504}{540}$ irréductible.

.....

.....

5 Pour commencer avec le PGCD

a. Sachant que $\text{PGCD}(225 ; 375) = 75$, rends la fraction $\frac{225}{375}$ irréductible.

.....

.....

b. Sachant que $\text{PGCD}(1\ 139 ; 1\ 407) = 67$, rends la fraction $\frac{2\ 278}{2\ 814}$ irréductible.

.....

.....

6 Avec le PGCD

a. Calcule le PGCD de 1 204 et 258.

.....

.....

.....

b. Rends la fraction $\frac{1\ 204}{258}$ irréductible en effectuant une seule simplification et en détaillant les calculs.

.....

.....

7 La fraction $\frac{274}{547}$ est-elle irréductible ? Justifie.

.....

.....

.....

.....

Les résultats devront être exprimés à chaque fois sous forme de fractions irréductibles.

1 Calcule.

$$A = -\frac{13}{8} + \frac{7}{16}$$

$$B = \frac{7}{35} + \frac{8}{15}$$

$$C = \frac{11}{26} - \frac{5}{39}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$D = \frac{7}{11} + \frac{4}{25}$$

$$E = \frac{3}{12} - \frac{5}{18} + 1$$

$$F = -\frac{5}{4} + \frac{2}{3} - \frac{-7}{5}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2 Calcule.

$$G = \frac{44}{105} \times \frac{42}{66}$$

$$H = \frac{63}{30} \times \frac{45}{28}$$

$$J = \frac{24}{35} \times \frac{14}{36}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3 Calcule.

$$K = -\frac{5}{2} \div \frac{4}{15}$$

$$L = \frac{51}{21} \div \frac{68}{7}$$

$$M = \frac{72}{35} \div \frac{54}{105}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4 Calcule $N = \frac{40}{48} + \frac{105}{27} \times \frac{90}{56}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5 Calcule $P = \left(-\frac{12}{14} + \frac{20}{15}\right) \times \frac{98}{25}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6 Calcule $Q = -\frac{14}{30} + \frac{10}{30} \div \frac{8}{28}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7 Calcule $R = \frac{25}{18} - \frac{7}{9} \times \left(-\frac{5}{14} + \frac{8}{21}\right)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8 *Un extrait du Brevet*

a. Les nombres 756 et 441 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.

.....

.....

b. La fraction $\frac{756}{441}$ est-elle irréductible ? Si non, l'écrire sous forme irréductible en justifiant.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

c. Calculer la somme $S = \frac{756}{441} + \frac{19}{42}$ et donner le résultat sous forme irréductible.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....