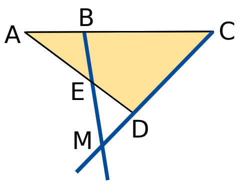
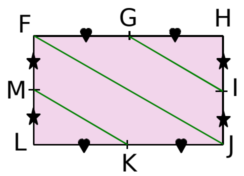
Théorème de Thalès

1 Peux-tu utiliser le théorème de Thalès dans les figures ci-dessous ? Justifie ta réponse.

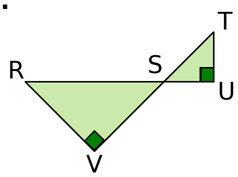
a.



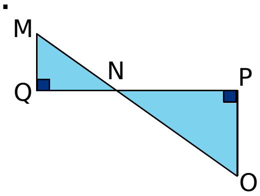
b.



c.

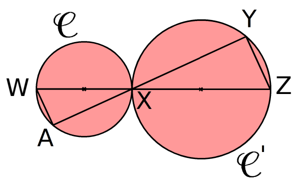


d.



e.

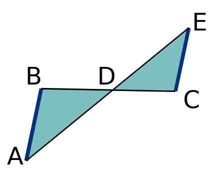
[WX] est un diamètre du cercle $\mathscr{C}$ et [XZ] est un diamètre du cercle $\mathscr{C}'$.



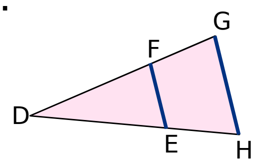
2 *Rapports égaux*

Dans chacun des cas suivants, écris tous les rapports de longueurs égaux. Tu préciseras les droites parallèles utilisées. Les droites représentées en bleu sont parallèles.

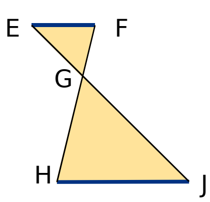
a.



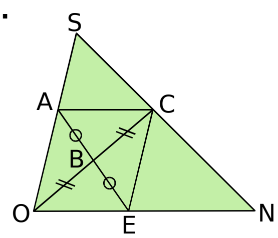
b.



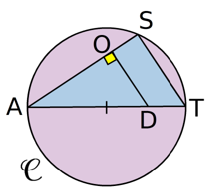
c.



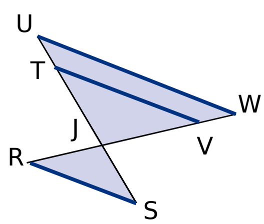
d.



e. [AT] est un diamètre du cercle $\mathscr{C}$.

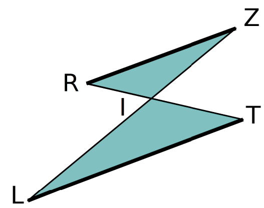


f.



3 Les points L, I, Z sont alignés et les points R, I, T aussi. Les droites (RZ) et (LT) sont parallèles.

On donne RZ = 5 cm ;
RI = 2 cm et IT = 3 cm.

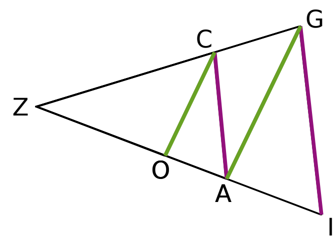


a. Reproduis cette figure à main levée et reportes-y les données de l'énoncé.

b. Écris les rapports de longueurs égaux.

c. Quelle(s) longueur(s) pourrais-tu calculer ?

4 *Des lacets*



Sur la figure ci-dessus, les droites représentées en vert et en violet sont parallèles deux à deux.

a. Décris les deux configurations de Thalès présentes dans cette figure.

b. Écris tous les rapports de longueurs égaux à $\frac{ZC}{ZG}$. Tu préciseras les droites parallèles que tu as utilisées.

5 Construis le triangle NAF tel que NA = 5,6 cm ; FA = 4,2 cm et $\widehat{NAF}$ = 70°.

Place sur [NA) le point R tel que AR = 8 cm.
La parallèle à la droite (NF) passant par R coupe (FA) en T.

a. Trace en couleur les droites parallèles. Écris les rapports de longueurs égaux.

b. Calcule la longueur AT. Vérifie sur ta figure.

6 Un triangle SEL est tel que SE = 6 cm et SL = 3 cm. Le point I est le point de [LS) tel que SI = 5,1 cm. La parallèle à la droite (EL) passant par I coupe (ES) en X. On a alors IX = 6,8 cm.

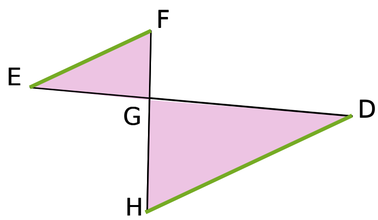
a. Trace une figure à main levée. Code la figure avec les données de l'énoncé.

b. Calcule les longueurs SX et EL.

Exercices d'entraînement

7 Soit PEM un triangle. A est un point du segment [PE] et B est un point du segment [PM] tels que BM = 30 cm ; AB = 30 cm ; ME = 50 cm et (AB) // (ME). À l'aide du théorème de Thalès, on obtient PM = 45 cm.
Vrai ou faux ? Explique ta démarche.

8 Les droites en vert sont parallèles.

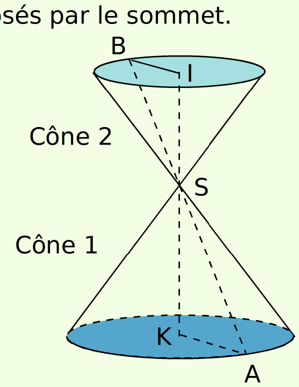


On sait que GH = 15 cm ; GF = 6 cm ;
GD = 14,2 cm et HD = 7,3 cm.

Calcule les longueurs EF et EG.

9 *Extrait du Brevet*

Les deux cônes de révolution de rayons KA et IB sont opposés par le sommet.



Les droites (AB) et (KI) se coupent en S, et de plus (BI) et (KA) sont parallèles.

On a KA = 4,5 cm ; KS = 6 cm et SI = 4 cm.

Calculer BI.

10 *À la recherche des parallèles perdues*

BANC est un parallélogramme tel que BA = 4 cm ; BC = 6 cm et AC = 8 cm.

P est le point de [AC] tel que AP = 2,4 cm.

La parallèle à (BC) passant par P coupe [CN] en O.

a. Trace une figure en vraie grandeur.

b. Montre que les droites (PO) et (AN) sont parallèles.

c. Calcule les longueurs CO et PO.

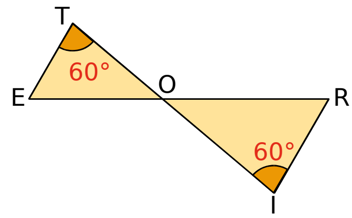
11 LOT est un triangle tel que OL = 9 cm ; OT = 7 cm et LT = 5 cm.

On appelle M le milieu du segment [LO] et N le milieu du segment [TL].

a. Montre que les droites (MN) et (OT) sont parallèles.

b. Calcule la longueur MN.

12 Les points T, O, I sont alignés et les points R, O, E aussi.



On donne ET = 2,4 cm ; OT = 6,4 cm ;
OR = 7 cm et RI = 3 cm.

Calcule, en justifiant, les longueurs OE, OI et ER.

13 EURO est un parallélogramme tel que EO = 5 cm et OR = 6 cm.

Le point P est le point de (OE) qui n'appartient pas à [OE] tel que EP = 3 cm. La droite (PR) coupe [EU] en A.

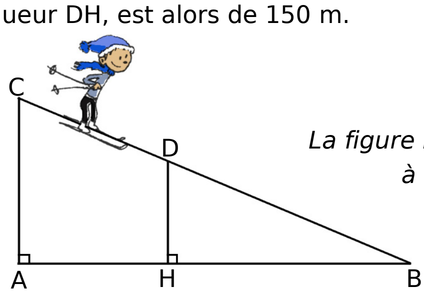
Calcule les longueurs EA et AU.

Petits problèmes

14 *Aux sports d'hiver*

Un skieur dévale, tout schuss, une piste rectiligne représentée ci-dessous par le segment [BC] de longueur 1 200 m.

À son point de départ C, le dénivelé par rapport au bas de la piste, donné par la longueur AC, est de 200 m. Après une chute, il est arrêté au point D sur la piste. Le dénivelé, donné par la longueur DH, est alors de 150 m.



La figure n'est pas à l'échelle.

Calcule la longueur DB qu'il lui reste à parcourir.

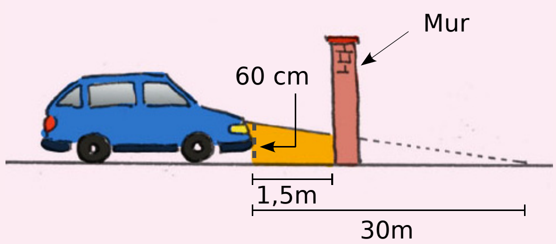
15 *Sécurité routière*

D'après le code de la route (Article R313 - 3) :

Les feux de croisement d'une voiture permettent d'éclairer efficacement la route, la nuit par temps clair, sur une distance minimale de 30 m.

Afin de contrôler régulièrement la portée des feux de sa voiture, Jacques veut tracer un repère sur le mur au fond de son garage.

La figure n'est pas à l'échelle.



Les feux de croisement sont à 60 cm du sol.

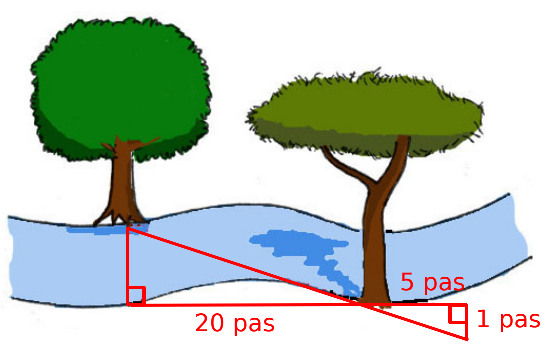
À quelle hauteur doit-il placer le repère sur son mur pour pouvoir régler correctement ses phares ?

16 *Promenons-nous dans les bois*

Par un beau dimanche ensoleillé, Julien se promène au pied de la montagne Sainte Victoire, au bord de la rivière Arc.

Il se demande quelle est la largeur de cette rivière.

Il prend des repères, compte ses pas et dessine le schéma ci-dessous.

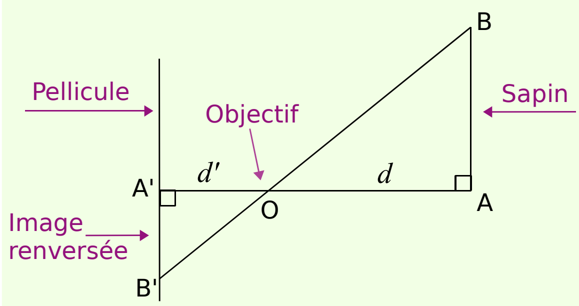


a. Quelle est, en nombre de pas, la largeur de la rivière qu'obtient approximativement Julien ?

b. Julien estime la longueur de son pas à 65 cm. Donne une valeur approximative de la largeur de cette rivière, au centimètre près.

17 *Extrait du Brevet*

Voici un schéma du fonctionnement d'un appareil photographique argentique : un objet [AB] situé à une distance d de l'objectif O a une image [A'B'] située à une distance d' de O.



a. Prouver que les droites (AB) et (A'B') sont parallèles.

b. Démontrer l'égalité : $\dfrac{d}{d'} = \dfrac{AB}{A'B'}$.

c. Pour un certain appareil, $d' = 50$ mm.
Un sapin d'une hauteur de 12 m se trouve à 15 m de l'objectif. Quelle est la hauteur de l'image qui se forme sur la pellicule ?

Parallèles ou non ?

18 *Prenons de bonnes habitudes*

ABC est un triangle. D est un point de [AB] et E est un point de (AC) n'appartenant pas à [AC]. On donne AB = 4 cm ; AC = 3 cm ; AD = 1,2 cm et AE = 0,9 cm.

a. Alixien a écrit sur sa copie :

« *Les droites (EC) et (DB) sont sécantes en A.*

D'une part, $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{1,2}{4} = \dfrac{12}{40} = \dfrac{3}{10}$.

D'autre part, $\dfrac{AE}{AC} = \dfrac{0,9}{3} = \dfrac{9}{30} = \dfrac{3}{10}$.

Comme $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$, alors les droites (BC) et (ED) sont parallèles. »

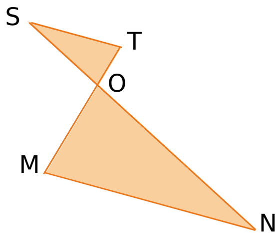
Quel théorème Alixien a-t-il utilisé ?

b. Trace une figure.

c. La réponse d'Alixien est-elle juste ? Si non, rédige la bonne réponse.

19 Démontre que les droites (MN) et (ST) sont parallèles.

On donne OM = 2,8 cm ;
ON = 5,4 cm ;
OS = 2,7 cm
et OT = 1,4 cm.



20 ABC un triangle tel que BC = 3,3 cm ; AC = 2,4 cm et AB = 2,5 cm.

a. Réalise une figure. Place le point D sur [AC] tel que CD = 6 cm et le point E sur [BC] tel que CE = 9 cm.

b. Explique pourquoi les droites (ED) et (AB) ne sont pas parallèles.

21 *Thalès incontournable ?*

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 12 cm et AC = 8 cm.

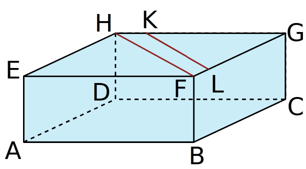
Le point F est le point du segment [AC] tel que AF = 4 cm et le point E est le point de [AB] tel que AE = 6 cm.

a. Dessine une figure en vraie grandeur.

b. Démontre que la droite (EF) est parallèle à la droite (BC).

22 ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que AB = 7 cm ; AD = 3 cm et AE = 2,5 cm.

La figure n'est pas en vraie grandeur.

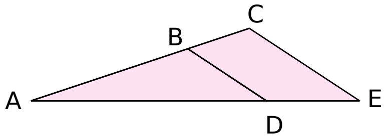


Le point K appartient à l'arête [GH] et le point L appartient à l'arête [GF].

On donne GK = 6 cm et GL = 2,6 cm.

Les droites (KL) et (HF) sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

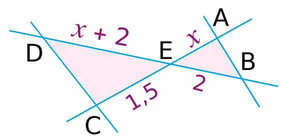
23 On donne les longueurs suivantes : AB = 6,3 cm ; BC = 4,9 cm ; AE = 16 cm et DE = 7 cm.



Les droites (BD) et (CE) sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

24 L'unité de longueur choisie est le mètre.

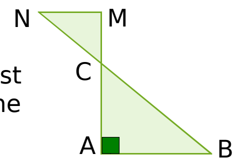
a. Pour $x = 2{,}5$, les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles. Vrai ou faux ? Explique ta démarche.



b. Pour $x = 1$, les droites (AB) et (DC) ne sont pas parallèles.
Vrai ou faux ? Explique ta démarche.

25

a. Le triangle ABC est rectangle en A. On donne AB = 6 cm et BC = 10 cm.
Démontre que AC = 8 cm.



b. On donne CM = 2,56 cm et CN = 3,2 cm.
Explique pourquoi les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

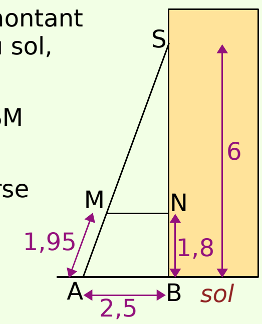
26 *Extrait du Brevet*

Pour consolider un bâtiment, des charpentiers ont construit un contrefort en bois.
(Sur le schéma ci-dessous, les mesures sont en mètres.)

a. En considérant que le montant [BS] est perpendiculaire au sol, calculer la longueur AS.

b. Calculer les longueurs SM et SN.

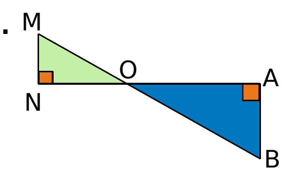
c. Démontrer que la traverse [MN] est bien parallèle au sol.



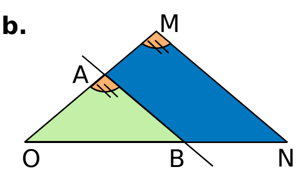
Agrandissements, réductions

27 Pour chaque figure ci-dessous, indique si le triangle OMN est une réduction ou un agrandissement du triangle OAB ou ni l'un ni l'autre. Justifie ta réponse.

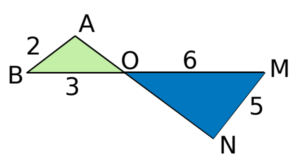
a.



b.



c.



28 *Grandir*

a. Construis un parallélogramme RAVI tel que RI = 6 cm ; IV = 4 cm et $\widehat{RIV}$ = 130°.

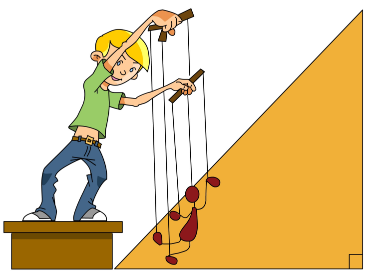
b. Construis un agrandissement de rapport $\frac{5}{4}$ du parallélogramme RAVI.

c. Quelle est la nature de la figure obtenue ? Justifie ta réponse.

d. Déduis-en la mesure des angles de la figure agrandie. Justifie.

29 *Ainsi font font font*

Julien souhaite préparer un spectacle de marionnettes en ombres chinoises. Son écran mesure 2 m. Sa marionnette mesure 24 cm. Perché sur une estrade, il tient sa marionnette à 30 cm de la lumière, placée sous l'estrade.

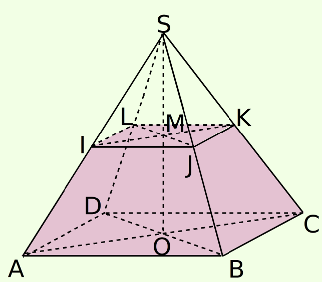


À quelle distance de la source de lumière doit-il placer l'écran pour agrandir sa marionnette au maximum ?

30 *Extrait du Brevet*

Un artisan fabrique des boîtes en forme de tronc de pyramide pour un confiseur. Pour cela, il considère une pyramide régulière SABDC à base carrée où O est le centre du carré ABCD. On a OA = 12 cm et SA = 20 cm.

a. Préciser la nature du triangle AOS et montrer que SO = 16 cm.



b. L'artisan coupe cette pyramide SABCD par un plan parallèle à la base tel que SM = 2 cm où M est le centre de la section IJKL ainsi obtenue. Calculer le coefficient de réduction transformant la pyramide SABCD en la pyramide SIJKL.

c. En déduire la longueur SI puis la longueur IA.

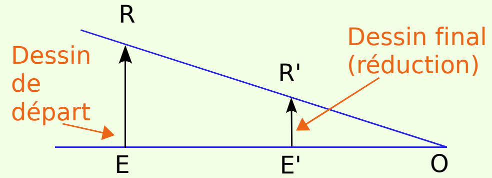
31 *Extrait du Brevet*

On veut réduire la taille de la flèche RE.

Pour cela, on réalise le schéma ci-après dans lequel (RE) et (R'E') sont parallèles.

Données :

RE = 8 cm ; OE' = 9 cm ; EE' = 15 cm.



a. Calculer la longueur de la flèche réduite R'E'.

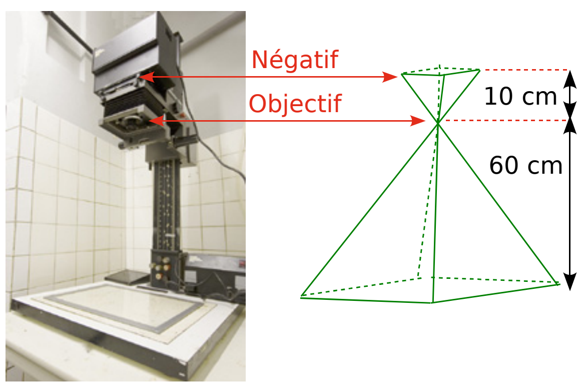
b. Quel est le coefficient de réduction ?

c. En utilisant le même schéma, on veut obtenir une flèche R''E'' dont la longueur est la moitié de la flèche de départ RE. À quelle distance de O sera placé le nouveau point E'' ?

32 *Noir & blanc*

La photo ci-dessous représente un agrandisseur pour le tirage des photographies noir et blanc argentiques.
Une source de lumière est diffusée à travers le négatif et une lentille appelée objectif. Une image agrandie du négatif est alors projetée sur un plateau.

Les deux pyramides ci-dessous représentées en perspective schématisent le faisceau de lumière.
La petite hauteur mesure 10 cm et la grande hauteur mesure 60 cm.



Les formats des négatifs utilisés sont 24 mm × 36 mm, 6 cm × 6 cm et 4'' × 5''.
(*Le symbole '' représente l'unité de longueur anglo-saxonne, appelée inch, qui correspond environ à 2,54 cm.*)
Avec chacun des négatifs, quel agrandissement maximum peut-on obtenir ?